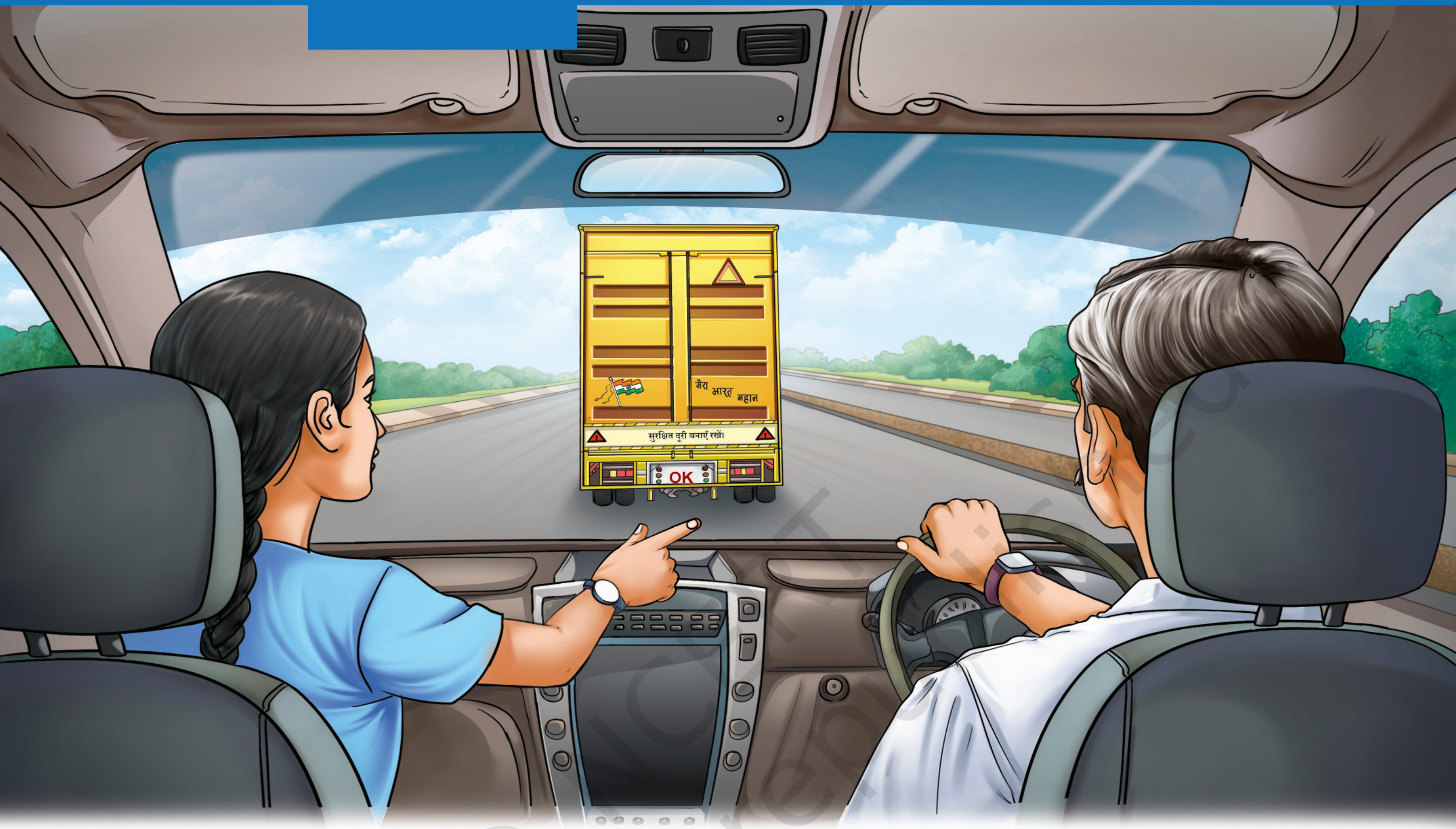
0907CH04

अध्याय 4

अपने परिवेश में गति का वर्णन



चिंतन कीजिए

- हमें अपने वाहन को आगे चलने वाले वाहन से कितनी दूरी पर रखना चाहिए जिससे आगे चलने वाले वाहन चालक द्वारा अचानक ब्रेक लगाने पर भी हमारा वाहन उससे टकराने से बच सके।
- क्या यह दूरी हमारे वाहन की चाल पर निर्भर करती है?

भारी खगोलीय वस्तुओं से लेकर अवपरमाणुक कणों (subatomic particles) तक प्रकृति में सब कुछ गतिमान है। प्रकृति में गति अत्यंत विविधतापूर्ण है, जैसे— पंख फड़फड़ाती तितलियाँ, रेंगते हुए साँप, उछलते-कूदते खरगोश, सरपट दौड़ते घोड़े, किसी सहारे से लिपटते आरोही लताओं के तंतु, बंद होते कीटभक्षी पौधों के पत्ते, सूरज की किरणों में नाचते धूल के कण, वायु में गतिमान धुएँ के कण, ज्वार-भाटे में उठता-गिरता समुद्र-जल तथा आकाश में घुमड़ते हुए बादल।

देखा! प्रकृति में गति कितनी मनमोहक है? सोचिए अपने चारों ओर विद्यमान इन जटिल गतियों की व्यापक विविधता का अध्ययन हम किस प्रकार कर सकते हैं? जैसा आपने प्रथम अध्याय में पढ़ा है कि किसी जटिल परिघटना (phenomenon) के अन्वेषण के लिए वैज्ञानिक पहले इसका अध्ययन इसके आदर्श सरलीकृत रूपों में करते हैं। इस प्रकार की गतियाँ रेखीय, वृत्तीय और दोलनी तीन प्रकार की होती हैं जिनके विषय में आप पूर्ववर्ती कक्षाओं में सीख चुके हैं। इस अध्याय में आप रेखीय गति (सरल रेखा में गति) तथा एकसमान वृत्तीय गति के विषय में और अधिक जानेंगे।

कक्षा 6 जिज्ञासा अध्याय 5

पूर्ववर्ती कक्षा में आपने दूरी, समय और चाल जैसी कुछ भौतिक राशियों के विषय में सीखा था। अब आप विस्थापन, माध्य वेग तथा माध्य त्वरण जैसी

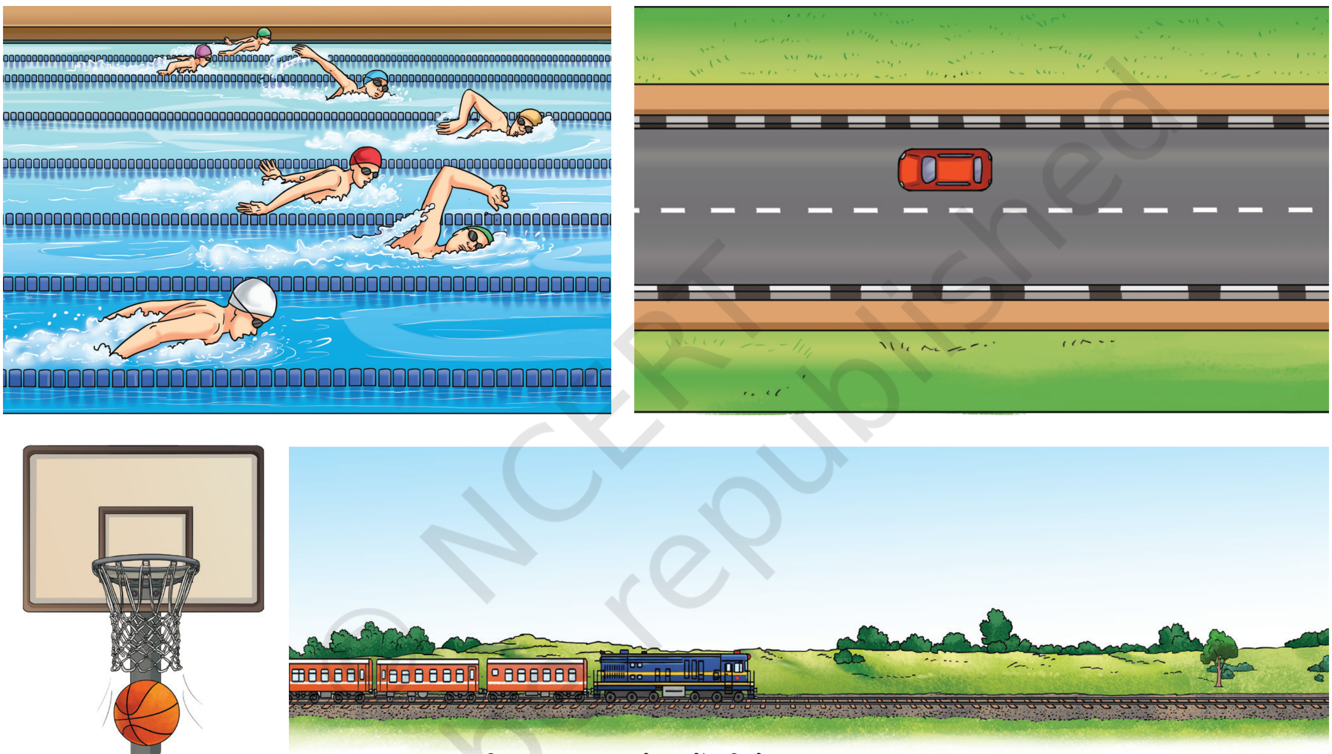
कक्षा 7 जिज्ञासा अध्याय 8

© NCERT not to be republished

कुछ अन्य भौतिक राशियों के विषय में जानेंगे। गति का वर्णन न केवल आप शब्दों में वरन् संख्याओं, समीकरणों एवं आलेख या ग्राफ द्वारा करना भी सीखेंगे।

4.1 सरल रेखा में गति

आप यह सीख चुके हैं कि जब कोई वस्तु सरल रेखा में गमन करती है तो इसकी गति सरल रेखीय गति कहलाती है। इसे **सरल रेखा में गति** भी कहा जा सकता है। यह सर्वाधिक सरल प्रकार की गति होती है। क्या आपने अपने आस-पास बच्चों की तैराकी प्रतियोगिता, ऊर्ध्वाधरत: नीचे गिरती हुई कोई गेंद, दूर तक सीधे राजमार्ग पर सरल रेखा में चलती हुई कार अथवा सीधी पटरियों पर चलती हुई रेलगाड़ी जैसी गतिशील वस्तुओं का अवलोकन किया है (चित्र 4.1) जिनकी गति सरल रेखीय होती है?



चित्र 4.1 — सरल रेखा में गति के उदाहरण

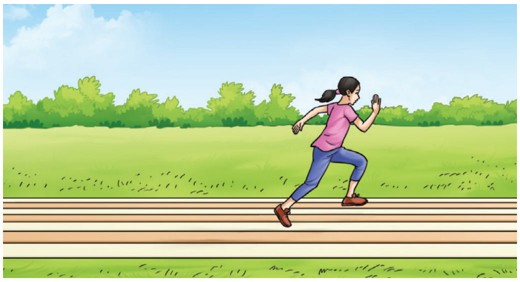
किसी वस्तु की गति पर चर्चा करने के लिए पहले आपको समय के विभिन्न क्षणों पर इसकी स्थिति का वर्णन करने की आवश्यकता होगी।

4.1.1 स्थिति का वर्णन करना

हम किसी वस्तु की स्थिति का वर्णन किस प्रकार करते हैं? इसके लिए जैसा आपने पहले सीखा था, सबसे पहले हमें **संदर्भ बिंदु (reference point)** के रूप में एक नियत बिंदु निर्दिष्ट करना होता है। समय के किसी क्षण पर संदर्भ बिंदु के सापेक्ष वस्तु की दूरी और दिशा उस क्षण पर **वस्तु की स्थिति** का विवरण देते हैं। ध्यान दीजिए कि वस्तु की स्थिति बताने के लिए हमें संदर्भ बिंदु से उसकी दूरी बताने के अतिरिक्त यह भी बताना होता है कि यह संदर्भ बिंदु के किस ओर स्थित है, किंतु हम यह कब कहते हैं कि वस्तु गति कर रही है? यदि संदर्भ बिंदु के सापेक्ष वस्तु की स्थिति में समय के साथ परिवर्तन होता है तो कहा जाता है कि वस्तु **गतिशील** है। दूसरी ओर यदि समय के साथ संदर्भ बिंदु के सापेक्ष वस्तु की स्थिति परिवर्तित नहीं होती है तो कहा जाता है कि वस्तु **विरामावस्था** में है।

कक्षा 6 *जिज्ञासा* अध्याय 5

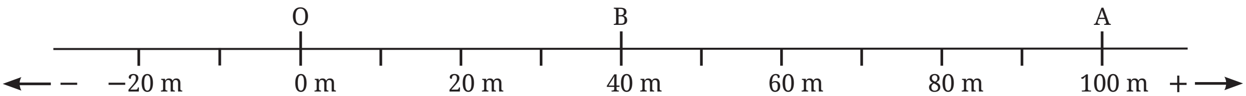
© NCERT not to be republished



चित्र 4.2 — सीधे धावन-पथ पर दौड़ लगाती हुई धाविका

आइए, एक सीधे धावन-पथ पर दौड़ लगाती हुई धाविका के उदाहरण द्वारा इसे समझते हैं (चित्र 4.2)।

नीना नाम की धाविका की स्थिति का वर्णन करने के लिए हम मान लेते हैं कि संदर्भ बिंदु ही उसका प्रस्थान बिंदु है। चित्र 4.3 में दर्शाए अनुसार हम एक सरल रेखा बनाते हैं जिस पर दूरियाँ अंकित हैं और उस पर **मूल बिंदु** 'O' को संदर्भ बिंदु मान लेते हैं। धाविका बिंदु 'O' से दौड़ना आरंभ करती है और समय के दो भिन्न क्षणों पर उसकी स्थितियों को बिंदु 'B' एवं 'A' द्वारा अंकित किया गया है।



चित्र 4.3 — एक सरल रेखा पर अंकित संदर्भ बिंदु तथा समय के दो भिन्न क्षणों पर धाविका की स्थितियाँ

टिप्पणी

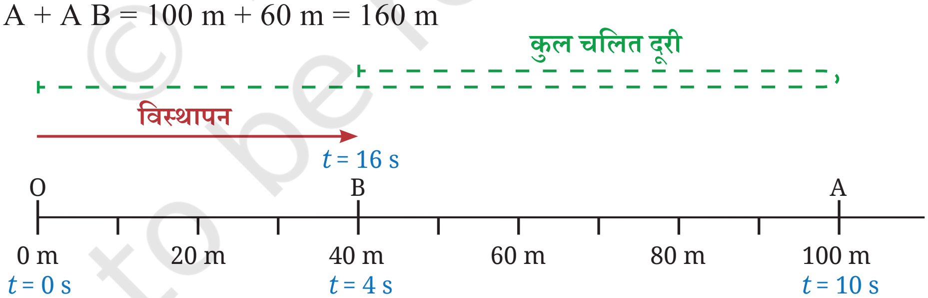
समय का एक क्षण और समय अंतराल एक ही बात नहीं होती हैं। समय का **एक क्षण समय** के किसी दिए गए बिंदु पर घड़ी का पाठ्यांक (reading) है जबकि **समय अंतराल** समय के दो क्षणों के बीच की समयावधि है अर्थात घड़ी के दो पाठ्यांकों के बीच का अंतर है।

किसी वस्तु की स्थिति का वर्णन करने के लिए हमें इसकी दिशा निर्दिष्ट करने की भी आवश्यकता होती है। सरल रेखा में गतिमान कोई वस्तु आगे या पीछे, इन दो दिशाओं में से किसी एक दिशा में गति कर सकती है। अतः दिशा को धन (+) अथवा ऋण (–) चिह्नों द्वारा निरूपित किया जा सकता है जैसा चित्र 4.3 में दर्शाया गया है। संदर्भ बिंदु O के दाहिनी ओर की स्थितियों को सामान्यत: धनात्मक एवं O के बाईं ओर की स्थितियों को ऋणात्मक माना जाता है (चित्र 4.3)।

4.1.2 चलित दूरी और विस्थापन

मान लेते हैं कि कोई धावक समय $t = 0$ s पर बिंदु 'O' से दौड़ना आरंभ करता है और यह $t = 4$ s पर बिंदु B पर पहुँचता है फिर $t = 10$ s पर बिंदु A पर पहुँचता है और पुन: उसी पथ पर दौड़ते हुए $t = 16$ s पर बिंदु B पर लौट आता है (चित्र 4.4)। धावक की आरंभिक एवं अंतिम स्थिति के बीच उसके द्वारा कुल **चलित दूरी (distance travelled)** कितनी है? उसके द्वारा कुल चलित दूरी है—

O A + A B = 100 m + 60 m = 160 m



चित्र 4.4 — संदर्भ बिंदु एवं समय के विभिन्न क्षणों पर धावक द्वारा चली गई दूरी और उसका विस्थापन

आइए, और चिंतन करें

ऐसी भौतिक राशियाँ जिन्हें मात्र उनके आंकिक मान (numerical value) द्वारा निर्दिष्ट किया जा सकता है, अदिश राशियाँ (scalar quantities) कहलाती हैं। वे भौतिक राशियाँ जिनके लिए परिमाण और दिशा दोनों निर्दिष्ट करने की आवश्यकता होती है सदिश राशियाँ (vector quantities) कहलाती हैं। इनके विषय में आप उच्चतर कक्षाओं में जानेंगे। एक सोपान ऊपर

आइए, अब हम धावक के प्रस्थान एवं विराम की स्थितियों बीच की दूरी पर विचार करें। यह OB = 40 m है, जो उसके द्वारा चलित कुल दूरी से भिन्न है। अत: अब हम एक अन्य राशि विस्थापन को परिभाषित करते हैं।

विस्थापन (displacement) समय के किन्हीं दो क्षणों के बीच किसी वस्तु की स्थितियों में होने वाला सकल परिवर्तन होता है। विस्थापन जैसी भौतिक राशियों के संपूर्ण विवरण के लिए दिशा एवं इसके आंकिक मान (मात्रक सहित) दोनों को निर्दिष्ट करना आवश्यक होता है। इस प्रकार की भौतिक राशि का आंकिक मान (मात्रक सहित) उसका **परिमाण (magnitude)** कहलाता है। किसी वस्तु के विस्थापन का परिमाण दो क्षणों पर उसकी स्थितियों के बीच की दूरी होता है। वस्तु के

© NCERT not to be republished

विस्थापन की दिशा पहले क्षण पर उसकी स्थिति से दूसरे क्षण पर उसकी स्थिति की ओर निर्दिष्ट होती है। कुल चलित दूरी के वर्णन के लिए केवल आंकिक मान (मात्रक सहित) की आवश्यकता होती है, गति की दिशा की नहीं। इन दोनों ही राशियों का **SI मात्रक** है— **मीटर (m)**।

उदाहरण के लिए— चित्र 4.4 में $t = 0$ s एवं $t = 16$ s के बीच धावक द्वारा चलित दूरी 160 m है किंतु उसका विस्थापन धनात्मक दिशा में 40 m है। हम पाते हैं कि इन दो क्षणों के बीच कुल चलित दूरी और विस्थापन का परिमाण बराबर नहीं है। क्या ये दो राशियाँ कभी बराबर भी हो सकती हैं?

टिप्पणी

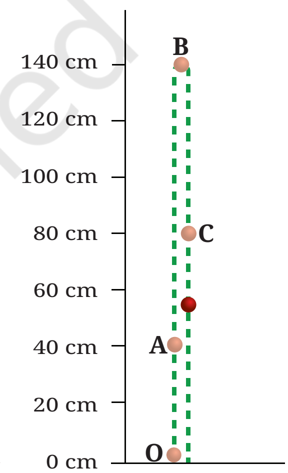
सरल रेखीय गति के प्रकरण में यदि वस्तु पलट कर वापस नहीं लौटती अर्थात यदि यह एक ही दिशा में चलती रहती है तो कुल चलित दूरी एवं विस्थापन का परिमाण बराबर होता है।

क्रियाकलाप 4.1 — आइए, विश्लेषण करें

1. चित्र 4.5 में दर्शाए अनुसार किसी गेंद को बिंदु 'O' से ऊर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर फेंका गया है। यह ऊपर की ओर चलती हुई बिंदु 'B' तक जाती है और वहाँ से गिर कर वापस बिंदु O पर लौट आती है। क्या इस गेंद की गति को सरल रेखा में गति माना जा सकता है?
2. इस गति के लिए तालिका 4.1 में मान अंकित कीजिए।

तालिका 4.1 — गेंद द्वारा चलित दूरी और उसका विस्थापन

क्र. सं.	स्थिति	O से चलकर इंगित स्थिति तक पहुँचने में गेंद द्वारा चलित कुल दूरी	O से चलकर इंगित स्थिति तक पहुँचने में गेंद का विस्थापन
1.	O	0 cm	0 cm
2.	A	40 cm	40 cm ऊपर की ओर
3.	B		
4.	C		
5.	O		

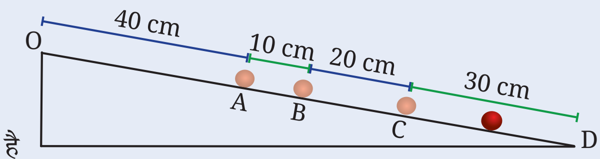


चित्र 4.5 — गेंद की ऊर्ध्वाधर गति (गेंद की ऊपर एवं नीचे की ओर गतियों को दो अलग-अलग रेखाओं द्वारा केवल स्पष्टता के लिए दर्शाया गया है। वास्तव में गेंद ऊपर एवं नीचे की ओर एक ही सरल रेखा में गमन करती है।)

3. तालिका 4.1 में दिए गए आँकड़ों का **विश्लेषण कीजिए** और विस्थापन के संबंध में नीचे दिए गए कथनों में से सत्य कथन का चयन कीजिए—
   (i) यह कभी भी शून्य नहीं होता है।
   (ii) इसका परिमाण कुल चलित दूरी से अधिक हो सकता है।
   (iii) इसका परिमाण कुल चलित दूरी से कम हो सकता है या उसके बराबर हो सकता है।
   (iv) इसका परिमाण सभी स्थितियों में सदैव चलित दूरी से कम होता है।

सोचिए और बताइए

1. किसी सीधे धावन पथ पर इसके दो सिरों के बीच इधर से उधर दौड़ते हुए किसी धावक के उदाहरण (चित्र 4.4) में धावक का विस्थापन शून्य कब होगा? उस स्थिति में उसके द्वारा तय की गई कुल दूरी कितनी होगी?
2. किसी वाहन में उपयुक्त ईंधन का परिमाण निम्नलिखित में से किस राशि पर निर्भर करता है? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क दीजिए।
   (i) कुल चलित दूरी
   (ii) विस्थापन
3. कोई गेंद एक अभिनत पथ पर नीचे की ओर लुढ़कती है जैसा चित्र 4.6 में दर्शाया गया है। क्या इसकी गति सरल रेखीय गति है? यदि यह मान लेते हैं कि गेंद का प्रस्थान बिंदु 'O' मूल बिंदु है तो क्या O से D तक की इसकी गति का चित्रण एक क्षैतिज रेखा लेकर उसी प्रकार किया जा सकता है जैसा चित्र 4.3 में किया गया है? क्या स्थितियों A, B, C एवं D में से प्रत्येक पर गेंद द्वारा चलित कुल दूरी एवं बिंदु O से इसके विस्थापन के परिमाण बराबर हैं अथवा भिन्न-भिन्न हैं?



चित्र 4.6 — किसी अभिनत पथ पर लुढ़कती हुई कोई गेंद

© NCERT not to be republished

किसी वस्तु की गति अर्थात इसकी स्थिति में परिवर्तन का वर्णन वस्तु द्वारा चलित कुल दूरी और इसके विस्थापन के पदों में किया जा सकता है। किंतु आप यह किस प्रकार बताएँगे कि कोई वस्तु कितनी तेज अथवा धीमी चल रही है?

4.1.3 माध्य चाल एवं माध्य वेग

कक्षा 7 *जिज्ञासा* अध्याय 8

अपनी पूर्व कक्षा में आप माध्य चाल के विषय में समझ चुके हैं। चाल हमें बताती है कि किसी वस्तु की गति कितनी द्रुत (fast) अथवा कितनी मंद (slow) है। किसी वस्तु की **माध्य चाल (average speed)** उस वस्तु द्वारा चलित कुल दूरी को यह दूरी तय करने में व्यतीत समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त होती है। अतः

$$\text{माध्य चाल} = \frac{\text{कुल चलित दूरी}}{\text{समय अंतराल}} \qquad (4.1)$$

माध्य चाल की कोई दिशा नहीं होती, केवल आंकिक मान होता है क्योंकि इसका परिकलन चलित दूरी लेकर किया जाता है जिसकी स्वयं कोई दिशा नहीं होती, मात्र आंकिक मान होता है।

यदि सरल रेखा में गतिमान कोई वस्तु समान समय अंतराल में समान दूरियाँ चलती है (सभी संभावित समय अंतराल विकल्पों के लिए) तो इसकी गति एकसमान सरलरेखीय गति कही जाती है। इस प्रकार की गति में वस्तु एक अचर चाल से चलती है। दूसरी ओर यदि वस्तु समान समय अंतराल में असमान दूरियाँ चलती है तो इसकी गति असमान सरल रेखीय गति होती है। इस प्रकार की गति में वस्तु की चाल या तो बढ़ती है या घटती है या कभी बढ़ती कभी घटती है। यदि क्रमागत समय अंतराल में चलित दूरियों के मान में वृद्धि हो रही है तो वस्तु की चाल भी बढ़ रही है।

विज्ञान को भारत का योगदान

प्राचीनकाल से ही भारत में यह अवधारणा सुस्थापित रही है कि किसी वस्तु की चाल प्राप्त करने हेतु उसके द्वारा चलित दूरी को समय से विभाजित करते हैं, पाँचवीं शताब्दी के ग्रंथ *आर्यभटीय* में इसे देखा जा सकता है। इसी अवधारणा पर आधारित नीचे दिया गया उदाहरण सामान्य संवत् की 14वीं शताब्दी के विशद गणितीय ग्रंथ गणित *कौमुदी* से लिया गया है।

उदाहरण 4.1 — दो पत्रवाहक एक-दूसरे से 210 योजन (योजन प्राचीन भारत में उपयोग किया जाने वाला दूरी का एक मात्रक है) दूर स्थित स्थानों से एक-दूसरे की ओर चलना आरंभ करते हैं। एक पत्रवाहक 9 योजन प्रतिदिन चलता है और दूसरा 5 योजन प्रतिदिन चलता है। क्या आप ज्ञात कर सकते हैं कि वे कितने दिन पश्चात परस्पर मिलेंगे?

उत्तर — दोनों पत्रवाहकों द्वारा एक दिन में चलित कुल दूरी = 9 योजन + 5 योजन = 14 योजन

एक-दूसरे से मिलने के लिए उन्हें कुल 210 योजन दूरी तय करनी है।

दोनों द्वारा मिलकर 210 योजन दूरी तय करने में लगने वाला कुल समय = $\frac{210}{14}$ = 15 दिन

अतः ये पत्रवाहक एक-दूसरे से 15 दिन पश्चात मिलेंगे (15 दिन में पहला पत्रवाहक 135 योजन और दूसरा पत्रवाहक 75 योजन की दूरी तय करेगा।)

चाल हमें बताती है कि कोई वस्तु कितनी द्रुत गति से चल रही है किंतु यह गति की दिशा के विषय में कोई जानकारी प्रदान नहीं करती है। ऐसी अनेक परिस्थितियाँ होती हैं जिनमें गति की विशेषकर वास्तविक जगत की जटिल गतियों को पूर्णरूपेण समझने के लिए हमें चाल के साथ-साथ गति की दिशा को भी जानने की आवश्यकता होती है।

© NCERT not to be republished

आइए, अब हम एक अन्य भौतिक राशि, माध्य वेग को परिभाषित करते हैं जो यह बताती है कि किसी वस्तु की स्थिति कितनी तीव्र गति से और किस दिशा में परिवर्तित हो रही है।

दिए गए समय अंतराल में किसी वस्तु का **माध्य वेग (average velocity)** उस समय अंतराल में उसकी स्थिति में परिवर्तन (अथवा विस्थापन) को उस समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त भागफल होता है।

$$\text{माध्य वेग} = \frac{\text{स्थिति में परिवर्तन}}{\text{समय अंतराल}} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय अंतराल}} \quad (4.2\ \text{क})$$

यदि हम माध्य वेग को v_{av} से, विस्थापन को s से और समय अंतराल को t से निरूपित करें तो समीकरण (4.2 क) को निम्नवत लिखा जा सकता है—

$$v_{av} = \frac{s}{t} \quad (4.2\ \text{ख})$$

माध्य वेग को व्यक्त करने के लिए आपको इसका परिमाण और दिशा दोनों बताने होते हैं। जब वस्तु एक सरल रेखा में गति करता हो तो इसके वेग के साथ दिशा किस प्रकार संबद्ध की जाती है? वेग की दिशा वही होती है जो विस्थापन की होती है और इसे '+' अथवा '– ' चिह्न द्वारा इंगित किया जाता है।

माध्य चाल एवं **माध्य वेग दोनों के SI मात्रक** समान हैं। यह मीटर प्रति सेकंड है और इसे **m s**$^{-1}$ अथवा **m/s** द्वारा निरूपित किया जाता है। इन राशियों को सामान्यतः किलोमीटर प्रति घंटा (km h^{-1}) में भी मापा जाता है।

टिप्पणी

सरल रेखीय गति में यदि वस्तु एक ही दिशा में गति करती हो तो किसी दिए गए समय अंतराल में माध्य चाल एवं माध्य वेग के परिमाण बराबर होते हैं।

किसी भौतिक राशि में परिवर्तन कितनी तीव्र गति से हो रहा है यह बताने के लिए हम परिवर्तन के दर की संकल्पना का उपयोग करते हैं। किसी राशि में परिवर्तन और उस परिवर्तन में लगने वाले समय का अनुपात **परिवर्तन की दर** कहलाता है। माध्य वेग के परिकलन हेतु हम स्थिति में परिवर्तन और इस परिवर्तन में व्यतीत समय का अनुपात ज्ञात करते हैं (समीकरण 4.2 क)। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि माध्य वेग वस्तु की स्थिति में परिवर्तन की समय-सापेक्ष दर है।

उदाहरण 4.2— सारंग नामक तैराक चित्र 4.7 में दर्शाए गए तरण-ताल (swimming pool) के एक किनारे से दूसरे किनारे तक तैर कर जाने और वापस लौटने में 50 s का समय लेता है। 50 s के समय अंतराल में उसकी माध्य चाल एवं माध्य वेग ज्ञात कीजिए।

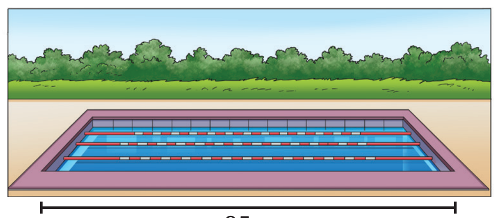
उत्तर—

सारंग द्वारा 50 s में तय की गई कुल दूरी = 50 m

सारंग का 50 s में विस्थापन = 0 m

$$\text{माध्य चाल} = \frac{\text{कुल चलित दूरी}}{\text{समय-अंतराल}} = \frac{50\ \text{m}}{50\ \text{s}} = 1\ \text{m s}^{-1}$$

$$\text{माध्य वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय-अंतराल}} = \frac{0\ \text{m}}{50\ \text{s}} = 0\ \text{m s}^{-1}$$



चित्र 4.7 — तरण-ताल

50 s के समय अंतराल में सारंग की माध्य चाल लगभग 1 m s^{-1} है जबकि उसका माध्य वेग 0 m s^{-1} है।

सोचिए और बताइए

4. सड़क मार्ग से परिवार सहित किसी यात्रा के लिए आप पहले तीन घंटे में 200 km उत्तर दिशा की ओर गाड़ी चलाते हैं। इसके पश्चात अगले दो घंटे में आप 200 km दक्षिण दिशा में गाड़ी ले जाते हैं। अपनी पूरी यात्रा के लिए अपनी माध्य चाल और माध्य वेग ज्ञात कीजिए।
5. किस दशा/किन दशाओं में—
   (i) किसी वस्तु के माध्य वेग का परिमाण उसकी माध्य चाल के बराबर होता है?
   (ii) किसी वस्तु के माध्य वेग का परिमाण तो शून्य होता है किंतु उसकी माध्य चाल शून्य नहीं होती है?

© NCERT not to be republished

जिज्ञासा-सूत्र

किसी वाहन के चालमापी (speedometer) का किसी क्षण पाठ्यांक उस क्षण पर उसके वेग के परिमाण के लगभग बराबर (एकदम बराबर नहीं) होता है जबकि गाड़ी के पहियों की गति की दिशा उस क्षण विशेष पर वेग की दिशा इंगित करती है।

बहुत बड़े समय अंतराल में किसी गतिमान वस्तु का माध्य वेग किसी क्षण विशेष पर इसके वेग से भिन्न हो सकता है। इस पूरे अध्याय में हम 'वेग' पद का उपयोग क्षण विशेष पर वस्तु के वेग के अर्थ में करेंगे।

आइए, और चिंतन करें

जिसे साधारण रूप में हमने 'क्षण विशेष पर वेग' कहा है वह तकनीकी भाषा में 'तात्क्षणिक वेग' (instantaneous velocity) कहलाता है। जैसे-जैसे किसी क्षण के निकट के समय अंतराल को उत्तरोत्तर कम किया जाता है (समीकरण 4.2 क), माध्य वेग में होने वाला परिवर्तन कम होता जाता है। जब समय अंतराल का मान अत्यल्प (infinitesimally small) हो जाता है तो वेग का माध्य मान एक नियत मान ग्रहण करने की ओर प्रवृत्त होता है जिसे तात्क्षणिक वेग कहते हैं। इस भौतिक राशि के विषय में और विस्तार से आप उच्चतर कक्षाओं में जानेंगे।

एक सोपान ऊपर

किसी वस्तु का वेग या तो नियत रहता है या समय के साथ परिवर्तित होता है। हम किसी वस्तु के वेग में होने वाले परिवर्तन को किस प्रकार व्यक्त कर सकते हैं?

4.1.4 माध्य त्वरण

आप किसी वाहन में बैठे हों और यह विरामावस्था से अचानक गति करने लगे तो आप एक धक्के का अनुभव करते हैं। इसी प्रकार, जब वह वाहन गति में हो और अचानक रुक जाए तब भी आपको धक्के का अनुभव होता है। ये घटनाएँ वेग में परिवर्तन के अनुभव के उदाहरण हैं। यदि आपको दो भिन्न क्षणों पर किसी वस्तु के वेग ज्ञात हों तो आप उस समयावधि में वेग-परिवर्तन ज्ञात कर सकते हैं।

आइए, अब हम एक अन्य भौतिक राशि, माध्य त्वरण के विषय में ज्ञान प्राप्त करते हैं। किसी दिए गए समय अंतराल में किसी गतिमान वस्तु का **माध्य त्वरण (average acceleration)** इसके वेग में होने वाले परिवर्तन को समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त होने वाला भागफल है। अर्थात,

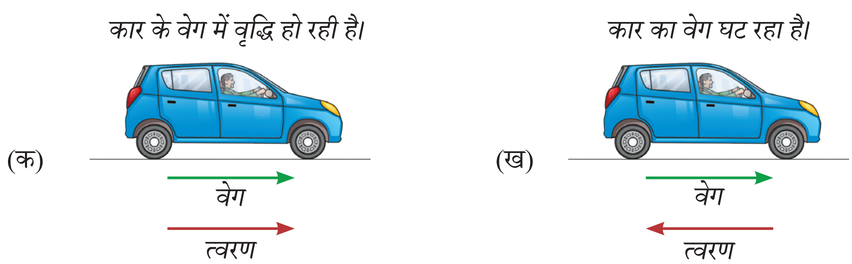
$$\text{माध्य त्वरण} = \frac{\text{वेग-परिवर्तन}}{\text{समय अंतराल}} \quad (4.3 \text{ क})$$

$$\text{माध्य त्वरण} = \frac{\text{अंतिम वेग} - \text{प्रारंभिक वेग}}{\text{समय अंतराल}} \quad (4.3 \text{ ख})$$

यदि क्षण t_1 पर किसी वस्तु का प्रारंभिक वेग u है और यह t_2 क्षण पर परिवर्तित होकर v हो जाता है तो इस वस्तु का माध्य त्वरण है—

$$a = \frac{v - u}{t_2 - t_1} \quad (4.3 \text{ ग})$$

माध्य त्वरण का SI मात्रक m s^{-2} अथवा **m/s^2** है। विस्थापन एवं वेग की भाँति ही त्वरण के लिए भी हमें इसका परिमाण एवं दिशा दोनों निर्दिष्ट करने की आवश्यकता होती है। सरल रेखीय गति के लिए यदि किसी दिए गए समय अंतराल में वेग का परिमाण बढ़ रहा है तो माध्य त्वरण वेग की दिशा में होता है (चित्र 4.8)। दूसरी ओर, यदि वेग का परिमाण घट रहा है तो माध्य त्वरण की दिशा वेग की दिशा के विपरीत होती है।



चित्र 4.8 — माध्य त्वरण की दिशा जब वेग का परिमाण (क) बढ़ रहा है और (ख) घट रहा है

© NCERT not to be republished

किसी वस्तु में माध्य त्वरण इसके वेग के परिमाण में परिवर्तन या इसकी दिशा में परिवर्तन या दोनों में परिवर्तन के कारण हो सकता है। आगे अनुभाग 4.4 में हम एक ऐसे उदाहरण की चर्चा करेंगे जिसमें वस्तु की चाल अचर रहती है और त्वरण केवल गति की दिशा में परिवर्तन के कारण होता है।

क्रियाकलाप 4.2 — आइए, परिकलन करें

1. कारों के माध्य त्वरण का मापन किसी कार की चाल 0 km h^{-1} से लेकर 100 km h^{-1} तक पहुँचने में लिए गए समय द्वारा किया जा सकता है। इंटरनेट पर विभिन्न प्रकार की कारों के लिए इस समय के मान ढूँढ़िए और उन्हें तालिका 4.2 में लिखिए।
2. प्रत्येक कार के लिए माध्य त्वरण के परिमाण का परिकलन कीजिए।

तालिका 4.2 — किसी समय अंतराल में माध्य त्वरण का परिमाण

कार का प्रकार	वह समय अंतराल जिसमें कार की चाल 0 km h^{-1} से 100 km h^{-1} हो जाती है (s)	माध्य त्वरण का परिमाण (m s^{-2})

उदाहरण 4.3 — किसी लंबे सीधे राजमार्ग पर कोई बस 36 km h^{-1} के वेग से चल रही है (चित्र 4.9)। वाहन चालक त्वरित्र (accelerator) के पैडल को 10 s की समयावधि के लिए दबाता है जिससे बस का वेग बढ़कर 54 km h^{-1} हो जाता है। कुछ समय के लिए बस एक नियत वेग से चलती है। तभी चालक आगे सड़क पर कोई अवरोध देखता है और ब्रेक लगाता है। 5 s की समयावधि में बस रुक जाती है। इन दोनों समयावधियों में माध्य त्वरण ज्ञात कीजिए— (i) जिसमें त्वरित्र के पैडल को दबा कर रखा गया था और (ii) जिसमें ब्रेक लगाया गया था।

चित्र 4.9 — लंबे सीधे राजमार्ग पर चलती हुई बस

उत्तर — (i) जब चालक त्वरित्र का पैडल दबाता है —

$u = 36 \text{ km h}^{-1} = 36 \times \dfrac{1000 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = 10 \text{ m s}^{-1}$, $v = 54 \text{ km h}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1}$, $t = 10$ s, $a = ?$

समीकरण (4.3 ग) का उपयोग करके हम लिख सकते हैं—

$$\text{माध्य त्वरण, } a = \frac{15 \text{ m s}^{-1} - 10 \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = \frac{5 \text{ m s}^{-1}}{10 \text{ s}} = 0.5 \text{ m s}^{-2}$$

क्योंकि बस के वेग का परिमाण बढ़ रहा है, त्वरण वेग की दिशा में है।

(ii) जब चालक ब्रेक दबाता है—

$u = 54 \text{ km h}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1}$, $v = 0 \text{ m s}^{-1}$, $t = 5$ s, $a = ?$

समीकरण (4.3 ग) का पुन: उपयोग करके हम लिख सकते हैं—

$$a = \frac{0 \text{ m s}^{-1} - 15 \text{ m s}^{-1}}{5 \text{ s}} = \frac{-15 \text{ m s}^{-1}}{5 \text{ s}} = -3 \text{ m s}^{-2}$$

ऋण चिह्न इंगित करता है कि त्वरण की दिशा वेग की दिशा के विपरीत है (यहाँ बस के वेग का परिमाण घट रहा है)।

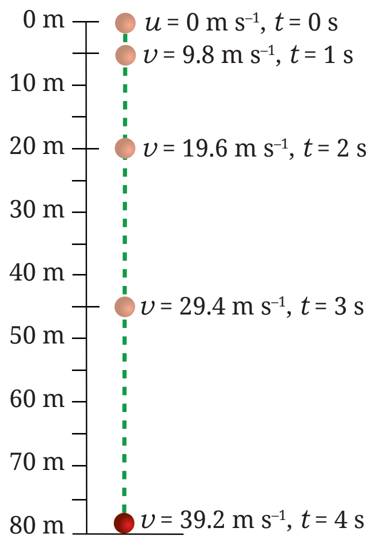
टिप्पणी

कोई वस्तु अत्यंत द्रुत गति से चल रही हो तब भी उसका त्वरण शून्य हो सकता है। त्वरण इस बात पर निर्भर नहीं करता है कि कोई वस्तु कितनी द्रुत गति से चल रही है, वरन् इस बात पर निर्भर करता है कि इसका वेग कितनी शीघ्रता से परिवर्तित हो रहा है। उदाहरण के लिए— सीधे राजमार्ग पर नियत वेग से चलती हुई बस का त्वरण शून्य होता है चाहे उसका वेग कितना भी अधिक क्यों न हो।

© NCERT not to be republished

टिप्पणी

इस अध्याय में हम केवल ऐसी स्थितियों की चर्चा करेंगे जिनमें त्वरण अचर रहता है।



चित्र 4.10 — ऊँचाई से गिराई गई कोई वस्तु

विभिन्न समय-अंतरालों में माध्य त्वरण या तो अचर (constant) रहता है या परिवर्तित होता रहता है। एक ही दिशा में सरल रेखा में गतिमान किसी वस्तु के लिए यदि समान समय-अंतरालों में इसके वेग का परिमाण समान मात्रा में बढ़ता या घटता है (समय अंतरालों के सभी संभावित विकल्पों के लिए) तो वस्तु का त्वरण नियत रहता है।

उदाहरण 4.4 — हम पहले ही समझ चुके हैं कि जब किसी वस्तु को ऊँचाई से गिराया जाता है तो पृथ्वी को छूने से पहले यह सीधे ऊर्ध्वाधर पथ पर नीचे की ओर चलता है। नीचे की ओर आते समय वस्तु का वेग बढ़ता है, जैसा चित्र 4.10 में विभिन्न क्षणों पर दर्शाया गया है। प्रत्येक सेकंड के क्रमागत समय अंतराल में वस्तु के माध्य त्वरण का परिमाण ज्ञात कीजिए। क्या इन सभी समय-अंतरालों में माध्य त्वरण नियत रहता है? इस माध्य त्वरण की दिशा क्या है?

कक्षा 8 *जिज्ञासा* अध्याय 5

उत्तर — प्रत्येक क्रमागत 1s के समय अंतराल में माध्य त्वरण का परिमाण परिकलित करें तो—

$$0 \text{ s एवं } 1 \text{ s के बीच माध्य त्वरण} = \frac{(9.8-0)\ \text{m s}^{-1}}{(1-0)\ \text{s}} = 9.8\ \text{m s}^{-2}$$

$$1 \text{ s एवं } 2 \text{ s के बीच माध्य त्वरण} = \frac{(19.6-9.8)\ \text{m s}^{-1}}{(2-1)\ \text{s}} = 9.8\ \text{m s}^{-2}$$

$$2 \text{ s एवं } 3 \text{ s के बीच माध्य त्वरण} = \frac{(29.4-19.6)\ \text{m s}^{-1}}{(3-2)\ \text{s}} = 9.8\ \text{m s}^{-2}$$

$$3 \text{ s एवं } 4 \text{ s के बीच माध्य त्वरण} = \frac{(39.2-29.4)\ \text{m s}^{-1}}{(4-3)\ \text{s}} = 9.8\ \text{m s}^{-2}$$

यहाँ हमारे ध्यान में यह बात आती है कि माध्य त्वरण नियत है और इसका मान 9.8 m s^{-2} है। चूँकि वेग बढ़ रहा है इसलिए त्वरण गति की दिशा में है। यह त्वरण पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण बल के कारण त्वरण कहलाता है और प्रतीक 'g' द्वारा निरूपित किया जाता है।

क्या आपने इस बात पर ध्यान दिया कि चित्र 4.5 में मूल बिंदु का चयन हमने भूतल पर किया जबकि चित्र 4.10 में उस बिंदु को मूल बिंदु माना जिससे वस्तु को गिराया जाता है? इस उदाहरण में हम नीचे की ओर की दिशा को धनात्मक मान लेते हैं। अपनी सुविधा के अनुसार हम मूल बिंदु और धनात्मक दिशा का चयन कर सकते हैं। तथापि एक बार धनात्मक दिशा का चयन कर लेने के पश्चात प्रश्न हल करते समय इसमें परिवर्तन नहीं किया जाना चाहिए।

जैसे हम किसी क्षण-विशेष पर वस्तु का वेग निर्दिष्ट कर सकते हैं, ठीक वैसे ही क्षण-विशेष पर वस्तु का त्वरण भी निर्दिष्ट किया जा सकता है।

आइए, और चिंतन करें

'किसी क्षण विशेष पर वेग' के समान ही 'किसी क्षण विशेष पर त्वरण', 'तात्क्षणिक त्वरण' कहलाता है। इसके संबंध में और अधिक विस्तार से आप आगामी कक्षाओं में सीखेंगे।

एक सोपान ऊपर

4.2 गति का आलेखीय निरूपण

गति को दर्शाने की एक उपयोगी विधि उसका आलेखीय निरूपण (graphical representation) है। यह चित्रात्मक रूप में निरूपित करता है कि समय के साथ स्थिति, वेग और त्वरण किस प्रकार परिवर्तित होते हैं। इस प्रकार के आलेख दो वस्तुओं की गतियों की तुलना करने में, भौतिक राशियों के परिकलन में तथा यह पहचानने में सहायता करते हैं कि गति समान है या असमान। जैसा कि आपने गणित में पढ़ा है कि आलेख विभिन्न रूपों में प्राप्त होते हैं और प्रत्येक रूप अलग-अलग प्रकार के आँकड़ों के निरूपण के लिए उपयुक्त होता है। गति के वर्णन के लिए हम स्थिति, वेग, त्वरण जैसी किसी भौतिक राशि की समय जैसी अन्य राशि पर निर्भरता दर्शाने वाले आलेखों का उपयोग करेंगे। आइए, गति के लिए रेखीय आलेख बनाना और उनका विश्लेषण करना सीखते हैं।

कक्षा 8 *गणित प्रकाश* भाग-II अध्याय 5

© NCERT not to be republished

टिप्पणी

ऐसे सभी आलेख जिनकी पर हम इस अध्याय में चर्चा करेंगे केवल एकदिशीय सरल रेखीय गति के लिए हैं। इस विशिष्ट प्रकरण में चलित दूरी और विस्थापन का परिमाण बराबर होते हैं तथा चाल और वेग के परिमाण भी बराबर होते हैं। यदि शून्य समय पर स्थिति शून्य हो तो स्थिति-समय आलेख तथा दूरी-समय आलेख समान होते हैं तथा वेग-समय आलेख और चाल-समय आलेख में भी कोई अंतर नहीं होता है।

4.2.1 ग्राफ-आलेखन

आइए, ग्राफ आलेखित करने के लिए सीधी सड़क पर चलते हुए किसी वाहन के लिए तालिका 4.3 में दिए गए आँकड़ों का उपयोग करते हैं।

तालिका 4.3— विभिन्न क्षणों पर किसी वाहन की स्थितियाँ

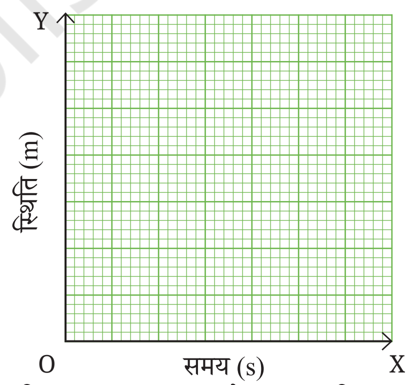
समय	0 s	1 s	2 s	3 s	4 s	5 s	6 s
स्थिति	0 m	20 m	40 m	60 m	80 m	100 m	120 m

क्रियाकलाप 4.3 — आइए, ग्राफ आलेखित करें

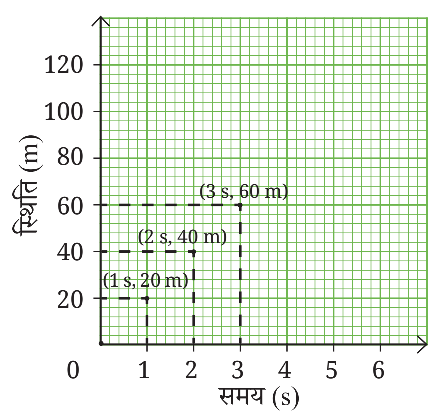
1. एक ग्राफ पेपर लीजिए। यह पेपर आँकड़ों को सही ढंग से तथा सरलता से आलेखित करने के लिए पहले से ही छोटे-छोटे वर्गों में विभाजित रहता है (चित्र 4.11 क)।
2. ग्राफ पेपर पर एक-दूसरे के लंबवत दो रेखाएँ खींचिए, जैसा चित्र 4.11 (क) में दर्शाया गया है। इनका प्रतिच्छेदन-बिंदु 'O' मूलबिंदु कहलाता है। इसी प्रकार क्षैतिज रेखा को OX के रूप में चिह्नित कीजिए। यह X-अक्ष कहलाता है। ऊर्ध्वाधर रेखा को OY के रूप में चिह्नित कीजिए। यह Y-अक्ष कहलाता है।
3. तालिका 4.3 का संदर्भ लीजिए। हमें यह सुनिश्चित करने की आवश्यकता है कि किस राशि (समय अथवा स्थिति) को इन दोनों में से किस अक्ष के अनुदिश दर्शाया जाए। इसके साथ ही जो आँकड़े (तालिका 4.3 में) हमारे पास हैं उनके लिए हम समय को X-अक्ष के अनुदिश तथा स्थिति को Y-अक्ष के अनुदिश दर्शाएँगे।
4. ग्राफ पेपर पर निरूपण हेतु प्रत्येक राशि के लिए एक उपयुक्त मापक्रम **निर्धारित** कीजिए। हमें ऐसे मापक्रम निर्धारित करने की आवश्यकता होगी जिनसे आँकड़ों को प्रभावी ढंग से और सुविधापूर्वक निरूपित किया जा सके और ग्राफ पर उपलब्ध पूरे स्थान का उपयोग हो सके। यह मापक्रम हो सकता है—

   X-अक्ष पर — 5 भाग = 1 s

   Y-अक्ष पर — 5 भाग = 20 m
5. चयनित मापक्रम का उपयोग करके X-अक्ष के अनुदिश समय के मान मूलबिंदु से आरंभ करके (1 s, 2 s, …) अंकित कीजिए। इसी प्रकार Y-अक्ष के अनुदिश स्थिति के लिए (20 m, 40 m, …) अंकित कीजिए (चित्र 4.11 ख)।
6. तालिका 4.3 में से समय एवं स्थिति के मानों के प्रत्येक समुच्चय को निरूपित करने के लिए ग्राफ पेपर पर बिंदु आलेखित करना आरंभ कीजिए।
   (i) तालिका 4.3 दर्शाती है कि समय t = 0 s पर स्थिति भी 0 m है। इसलिए ग्राफ पर इन मानों का संगत बिंदु स्वयं मूलबिंदु होगा।

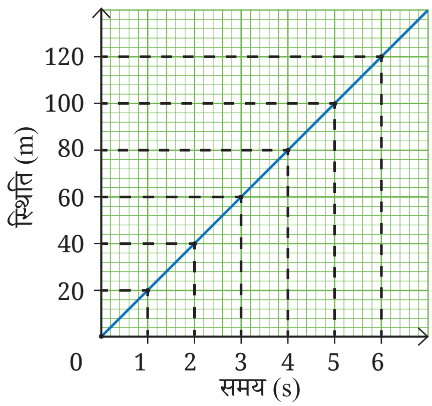


चित्र 4.11(क) — ग्राफ पेपर पर मूलबिंदु, X एवं Y अक्ष अंकित करना।



चित्र 4.11(ख) — ग्राफ पर बिंदु आलेखित करना।

© NCERT not to be republished



चित्र 4.11 (ग) — ग्राफ बनाना

(ii) t =1 s पर वाहन की स्थिति 20 m है। इन मानों के संगत बिंदु अंकित करने के लिए हम X-अक्ष पर वह बिंदु ढूँढ़ते हैं जो 1 s को निरूपित करता है। इस बिंदु पर Y-अक्ष के समांतर रेखा खींचिए। इसके पश्चात Y-अक्ष पर 20 m दूरी के संगत बिंदु से X-अक्ष के समांतर रेखा खींचिए। ये दोनों रेखाएँ एक-दूसरे को जिस बिंदु पर प्रतिच्छेदित करती हैं वह ग्राफ पर समय t =1 s के संगत 20 m स्थिति निरूपित करता है (चित्र 4.11 ख)।

(iii) इसी प्रकार ग्राफ पर विभिन्न क्षणों पर वाहन की स्थितियों के संगत सभी बिंदु आलेखित कीजिए।

7. सभी बिंदुओं का आलेखन हो जाने के पश्चात उन्हें संयोजित करके वाहन की गति का स्थिति-समय ग्राफ बनाइए (4.11 ग)। तालिका 4.3 में दिए गए आँकड़ों के लिए यह एक सरल रेखा है।

यह स्थिति-समय ग्राफ के आलेखन का एक उदाहरण था। इसी प्रकार की प्रक्रिया का उपयोग करके अन्य ग्राफ आलेखित किए जा सकते हैं, जिनके विषय में आप आगे पढ़ेंगे।

टिप्पणी

स्मरण रहे कि ग्राफ कोई यात्रा-पथ का मानचित्र नहीं है। इससे यह पता नहीं चलता कि वाहन किस मार्ग पर चल रहा है, किंतु ग्राफ यह बताता है कि मूल बिंदु के सापेक्ष किसी वस्तु की स्थिति किस प्रकार परिवर्तित होती है।

आइए, और चिंतन करें

ग्राफ के मध्यवर्ती बिंदु मध्यवर्ती समयों पर वाहन की स्थितियों के संभावित मान निरूपित करते हैं। नियत चाल से चलते हुए वाहन के लिए ग्राफ से प्राप्त ये मान एकदम यथार्थ मान होते हैं।

उदाहरण 4.5 — किसी ऐसे वाहन के लिए जो विरामावस्था से गति आरंभ करके अपनी चाल बढ़ाता जाता है के स्थिति एवं समय संबंधी आँकड़े तालिका 4.4 में दिए गए हैं। इनके संगत स्थिति-समय ग्राफ आलेखित कीजिए।

तालिका 4.4— विभिन्न क्षणों पर वाहन की स्थिति

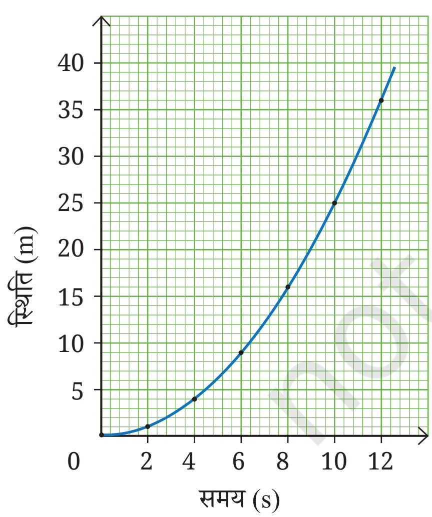
समय	स्थिति
0 s	0 m
2 s	1 m
4 s	4 m
6 s	9 m
8 s	16 m
10 s	25 m
12 s	36 m

उत्तर — यदि हम मापक्रम निम्नवत लेते हैं तो—

X-अक्ष पर— 5 भाग = 2 s

Y-अक्ष पर— 5 भाग = 5 m

क्रियाकलाप 4.3 की प्रक्रिया का अनुसरण करते हुए ग्राफ पर विभिन्न क्षणों पर वाहन की स्थितियों के संगत अंकित सभी बिंदु ग्राफ में दर्शाए अनुसार हैं। ये बिंदु चित्र 4.11 (ग) की भाँति सरल रेखा पर नहीं पड़ते। इन बिंदुओं को चित्र 4.12 में दर्शाए अनुसार एक वक्र द्वारा संयोजित किया जा सकता है।



चित्र 4.12 — वाहन का स्थिति-समय ग्राफ

अब जब आप यह समझ गए हैं कि किसी वस्तु की गति के लिए दिए गए आँकड़ों से ग्राफ किस प्रकार आलेखित किया जाता है तो आइए, अब सीखते हैं कि ग्राफों का विश्लेषण किस प्रकार किया जाता है?

© NCERT not to be republished

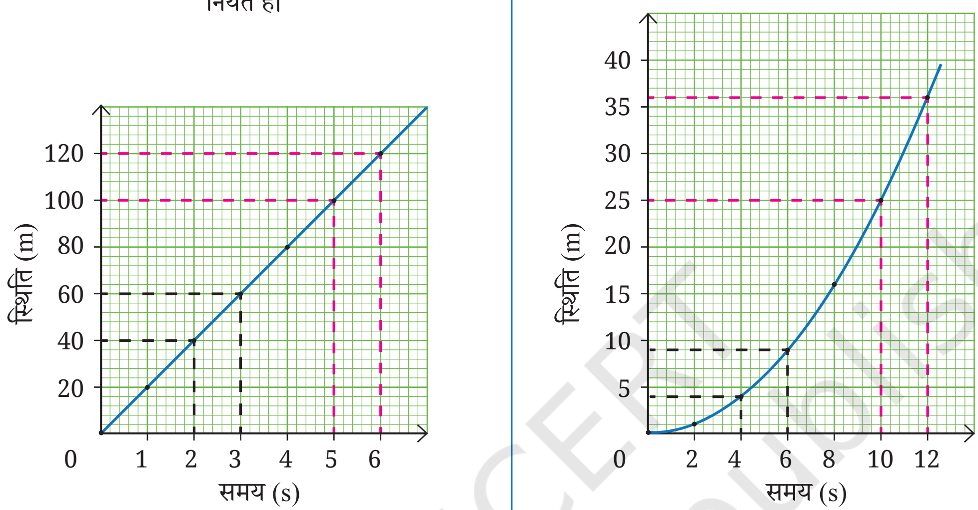
4.2.2 स्थिति-समय ग्राफ

स्थिति-समय (position-time) ग्राफ किसी वस्तु की गति अर्थात समय के साथ उसकी स्थिति में होने वाले परिवर्तन को निरूपित करता है। आप पहले ही दो स्थिति-समय ग्राफ (चित्र 4.11 ग एवं 4.12) आलेखित कर चुके हैं। अब इन ग्राफों से वस्तु की गति के संबंध में आप क्या जानकारी प्राप्त कर सकते हैं?

स्थिति-समय ग्राफ की आकृति, गति की प्रकृति के संबंध में क्या इंगित करती है?

बराबर समय अंतरालों (जैसे 2 से 3 सेकंड तथा 5 से 6 सेकंड के बीच) में → वस्तु के विस्थापनों के परिमाण (20 m) बराबर हैं → अत: वेग का परिमाण नियत है।

बराबर समय अंतरालों (जैसे 4 से 6 सेकंड तथा 12 से 13 सेकंड के बीच) में → वस्तु के विस्थापनों का परिमाण बढ़ रहा है → अत: वेग का परिमाण बढ़ रहा है।



(क) नियत वेग

(ख) परिवर्तित होता वेग

चित्र 4.13 — किसी गतिमान वस्तु का स्थिति-समय ग्राफ

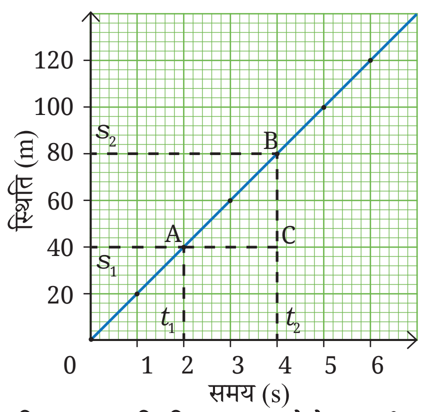
जैसा चित्र 4.13 (क) में हम देख सकते हैं कि कोई सरल रेखीय स्थिति-समय ग्राफ यह इंगित करता है कि वस्तु नियत वेग से गतिमान है। दूसरी ओर वक्रित स्थिति-समय ग्राफ चित्र 4.13 (ख) यह इंगित करता है कि वेग नियत नहीं है और वस्तु त्वरित गति कर रहा है।

स्थिति-समय ग्राफ से कौन-कौन-सी भौतिक राशियाँ प्राप्त की जा सकती हैं?

किसी वस्तु के स्थिति-समय ग्राफ से आप समय के प्रत्येक क्षण पर उस वस्तु की स्थिति को जान सकते हैं। इसके साथ ही क्या ग्राफ किसी अन्य भौतिक राशि के विषय में भी जानकारी प्रदान करता है? वास्तव में आप यह भी परिकलन कर सकते हैं कि वस्तु की स्थिति में कितनी शीघ्रता से परिवर्तन हो रहा है अर्थात उसके वेग का परिमाण कितना है? आप ऐसा किस प्रकार कर सकते हैं?

क्रियाकलाप 4.4 — आइए, परिकलन करें

1. आपके द्वारा आलेखित स्थिति-समय ग्राफ (चित्र 4.11 ग) से इसका कोई भाग (माना AB) लीजिए, जैसा चित्र 4.14 में दर्शाया गया है। बिंदु A से एक रेखा X-अक्ष के समांतर और दूसरी Y-अक्ष के समांतर खींचिए। ऐसा ही बिंदु B से कीजिए।
2. बिंदु A से खींची गई क्षैतिज रेखा को आगे बढ़ाइए जिससे त्रिभुज ABC निर्मित होता है। त्रिभुज की भुजाएँ BC एवं CA क्या निरूपित करती हैं? BC स्थिति में परिवर्तन ($s_2 - s_1$) तथा CA समय में परिवर्तन ($t_2 - t_1$) निरूपित करता है।



चित्र 4.14 — स्थिति-समय ग्राफ से वेग का परिकलन

© NCERT not to be republished

आइए, और चिंतन करें

जब स्थिति-समय ग्राफ वक्ररेखीय हो तब भी किसी क्षण पर वस्तु का वेग ज्यामिति का उपयोग करके परिकलित किया जा सकता है। ऐसा किस प्रकार किया जाता है, यह आप उच्चतर कक्षाओं में सीखेंगे। एक सोपान ऊपर

3. समीकरण (4.2 क) के अनुसार स्थिति में परिवर्तन (BC) को समय में परिवर्तन (CA) से विभाजित करने पर आपको माध्य वेग प्राप्त होता है। अतः

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{BC}{CA}$$

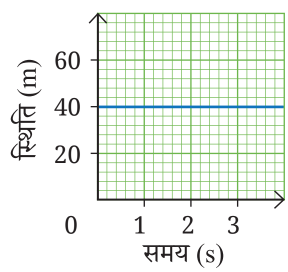
4. ग्राफ से समय t_1 एवं t_2 तथा दूरियों s_1 एवं s_2 के मान लेकर माध्य वेग का मान निम्नवत परिकलित किया जा सकता है—

$$v = \frac{80\text{ m} - 40\text{ m}}{4\text{ s} - 2\text{ s}} = \frac{40\text{ m}}{2\text{ s}} = 20\text{ m s}^{-1}$$

स्थिति-समय ग्राफ से दो क्षणों पर वस्तु की संगत स्थितियाँ ज्ञात करके समीकरण (4.2 क) को उपयोग में लाकर आप माध्य वेग का परिकलन कर सकते हैं।

ज्यामिति के अनुसार $\frac{BC}{CA}$, चित्र 4.14 में आरंभिक स्थिति A एवं अंतिम स्थिति B को संयोजित करने वाली रेखा AB की अभिनति कहलाती है। किसी रेखा की अभिनति उस रेखा की प्रवणता (ढलान) कहलाती है। किसी रेखा की प्रवणता (slope) X-अक्ष पर दर्शाई गई राशि के सापेक्ष Y-अक्ष पर दर्शाई गई राशि में परिवर्तन की दर संबंधी जानकारी प्रदान करती है।

उदाहरण 4.6— चित्र 4.15 में दर्शाया गया ग्राफ किसी वाहन की गति की प्रकृति के संबंध में क्या सूचित करता है?

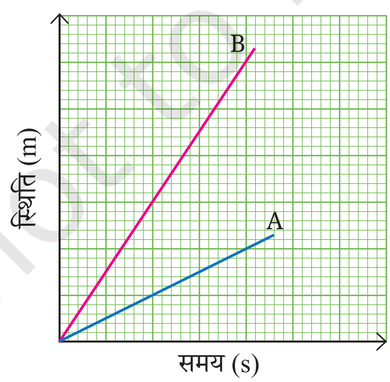


चित्र 4.15 — किसी वाहन का स्थिति-समय ग्राफ

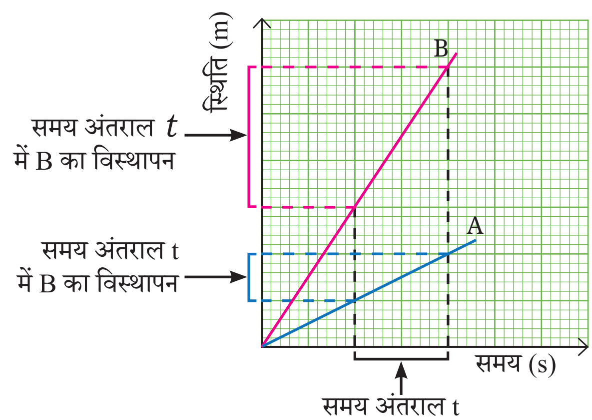
उत्तर— वाहन की स्थिति मूलबिंदु से 40 m है और यह समय के साथ परिवर्तित नहीं होती है। अतः यह मूल बिंदु से 40 m की दूरी पर विरामावस्था में है। स्थिति-समय ग्राफ पर समय-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा वस्तु का विरामावस्था में होना दर्शाती है। (यहाँ दिया गया स्थिति-समय ग्राफ दूरी-समय ग्राफ नहीं है।)

उदाहरण 4.7— दो वस्तुओं A एवं B के स्थिति-समय ग्राफ चित्र 4.16 (क) में दर्शाए गए हैं। इनमें से किस वस्तु के माध्य-वेग का परिमाण अधिक है।

उत्तर— चित्र 4.16 (ख) में दर्शाए अनुसार अक्षों के समांतर रेखाएँ खींचने पर हमें ज्ञात होता है कि समान समय अंतराल में वस्तु B का विस्थापन वस्तु A की तुलना में अधिक है। अतः वस्तु B के लिए ग्राफ-रेखा की प्रवणता (अर्थात समय अक्ष पर उसका झुकाव) वस्तु A की ग्राफ-रेखा की प्रवणता से अधिक है। अत: B का वेग A के वेग से अधिक है।



चित्र 4.16 (क) — दो वस्तुओं का स्थिति-समय ग्राफ



चित्र 4.16 (ख) — स्थिति-समय ग्राफ से दो वस्तुओं के विस्थापन की तुलना करना

not to be republished © NCERT

4.2.3 वेग-समय ग्राफ

किसी गतिमान वस्तु का वेग-समय (velocity-time) ग्राफ समय के साथ इसके वेग में होने वाले परिवर्तन को निरूपित करता है। स्थिति-समय ग्राफ के लिए अपनाई गई विधि की भाँति ही क्रियाकलाप 4.3 के चरणों का अनुसरण करके आप वेग-समय ग्राफ आलेखित कर सकते हैं।

आइए, हम एक ऐसी कार का उदाहरण लेते हैं जो किसी लंबे सीधे राजमार्ग पर एक ही दिशा में 72 km h^{-1} अथवा 20 m s^{-1} के एकसमान वेग से चल रही है। इसके संगत वेग-समय ग्राफ चित्र 4.17 (क) में दर्शाया गया है।

एक अन्य कार पर विचार कीजिए जो विरामावस्था से चलना आरंभ करती है और जिसका वेग समय के साथ बढ़ता है जैसा तालिका 4.5 में दर्शाया गया है। इस कार की गति के लिए आलेखित वेग-समय ग्राफ चित्र 4.17 (ख) में दर्शाया गया है।

15.0 m s^{-1} के वेग से चलती हुई एक तीसरी कार पर विचार कीजिए। इसका वेग समय के साथ तालिका 4.6 में दर्शाए अनुसार घटता है और इसका वेग-समय ग्राफ चित्र 4.17 (ग) में दर्शाया गया है।

तालिका 4.5 — बढ़ता हुआ वेग

समय	कार का वेग
0 s	0 m s^{-1}
5 s	2.5 m s^{-1}
10 s	5.0 m s^{-1}
15 s	7.5 m s^{-1}
20 s	10.0 m s^{-1}
25 s	12.5 m s^{-1}
30 s	15.0 m s^{-1}

तालिका 4.6 — घटता हुआ वेग

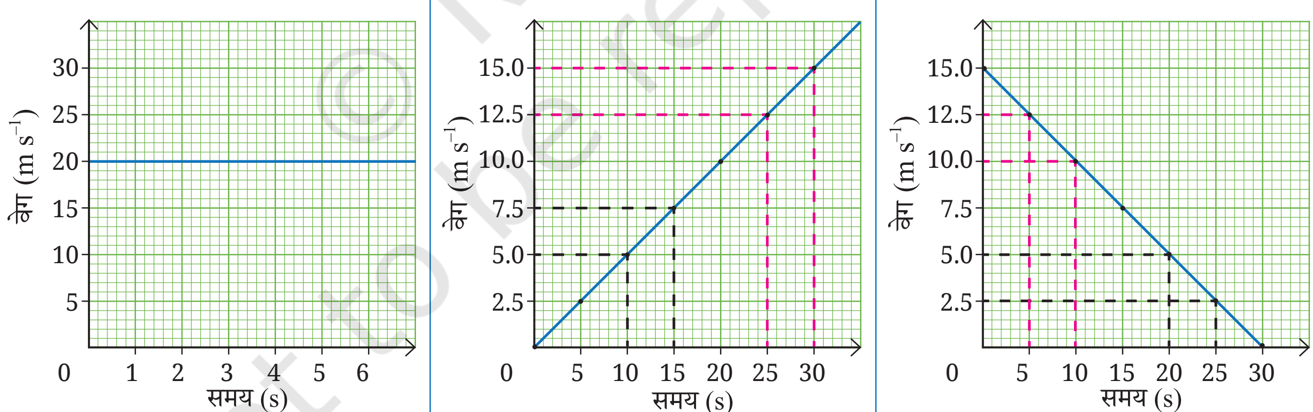
समय	कार का वेग
0 s	15.0 m s^{-1}
5 s	12.5 m s^{-1}
10 s	10.0 m s^{-1}
15 s	7.5 m s^{-1}
20 s	5.0 m s^{-1}
25 s	2.5 m s^{-1}
30 s	0 m s^{-1}

वेग-समय ग्राफ की आकृति गति की प्रकृति के संबंध में क्या बताती है?

वेग समय के साथ परिवर्तित नहीं हो रहा है → वेग अचर है → त्वरण शून्य है।

समान समय अंतरालों में वेग समान परिमाण में बढ़ रहा है → त्वरण नियत है और यह वेग की दिशा में है।

समान समय अंतरालों में वेग समान परिमाण में घट रहा है → त्वरण नियत है और यह वेग की विपरीत दिशा में है।



(क) अचर वेग　*(ख) नियत त्वरण से बढ़ता हुआ वेग*　*(ग) नियत त्वरण से घटता हुआ वेग*

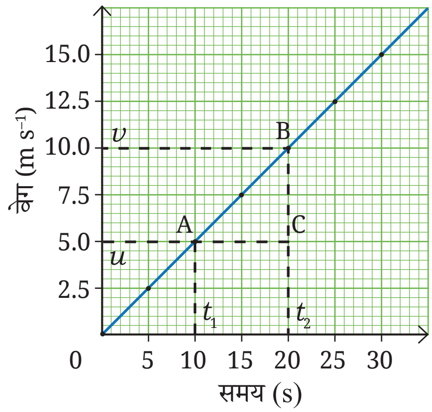
चित्र 4.17 — किसी गतिमान कार का वेग-समय ग्राफ

जब किसी कार का वेग नियत रहता है तो इसकी गति का वेग-समय ग्राफ X-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा होती है (चित्र 4.17 क) और त्वरण शून्य होता है। चित्र 4.17 (ख) में दर्शाए अनुसार प्राप्त सरल रेखीय वेग-समय ग्राफ दर्शाता है कि वेग में एक नियत त्वरण से (वेग की दिशा में) वृद्धि हो रही है। जबकि चित्र 4.17 (ग) में दर्शाया गया सरल रेखीय वेग-समय ग्राफ यह दर्शाता है कि वेग एक नियत त्वरण से घट रहा है। यहाँ त्वरण की दिशा गति की दिशा के विपरीत है।

© NCERT not to be republished

वेग-समय ग्राफ से कौन-कौन सी भौतिक राशियाँ ज्ञात की जा सकती हैं?

समय के किसी भी क्षण पर वेग का परिमाण ज्ञात करने के अतिरिक्त वेग-समय ग्राफ से अन्य किन भौतिक राशियों का परिकलन किया जा सकता है?



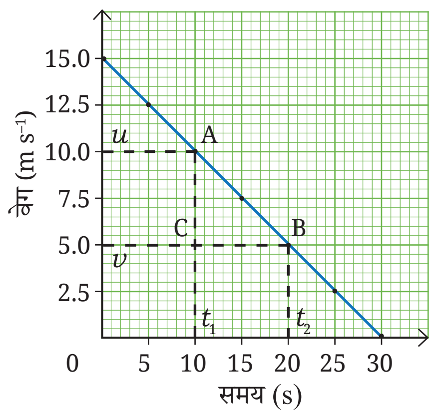
चित्र 4.17 (घ) — वेग-समय ग्राफ से त्वरण ज्ञात करना।

सरल रेखीय ग्राफ की प्रवणता

अनुभाग 4.2.2 में हमने समझा था कि सरल रेखीय स्थिति-समय ग्राफ की प्रवणता से वेग ज्ञात किया जा सकता है। सरल रेखीय वेग-समय ग्राफ की प्रवणता से आपको कौन-सी राशि प्राप्त होगी? सरल रेखीय वेग-समय ग्राफ की प्रवणता बताती है कि समय के साथ वेग कितनी तेजी से परिवर्तित हो रहा है अर्थात इससे गति में त्वरण का मान प्राप्त होता है।

चित्र 4.17 (क) में दर्शाए गए ग्राफ में X-अक्ष के सापेक्ष रेखा की ऊँचाई में कोई परिवर्तन नहीं होता अर्थात इसकी प्रवणता शून्य है। अत: इस प्रकरण में वेग नियत है और त्वरण शून्य है।

अब चित्र 4.17 (घ) में दर्शाए गए ग्राफ पर विचार कीजिए जो कि कुछ अंकनों को छोड़कर चित्र 4.17 (ख) में दर्शाए गए ग्राफ के ही समान है। केवल इसमें कुछ अतिरिक्त अंकन दर्शाए गए हैं। रेखा का एक भाग AB लीजिए। मान लेते है कि बिंदु A के संगत समय t_1 पर वेग को 'u' से निर्दिष्ट किया जाता है और बिंदु B के संगत समय t_2 पर वेग को 'v' से निर्दिष्ट किया जाता है। वेग में परिवर्तन (BC) को समय में परिवर्तन (CA) से विभाजित करने पर हमें प्राप्त होता है, त्वरण $a = \frac{v - u}{t_2 - t_1} = \frac{BC}{CA}$



चित्र 4.17 (ङ) — वेग-समय ग्राफ से त्वरण ज्ञात करना।

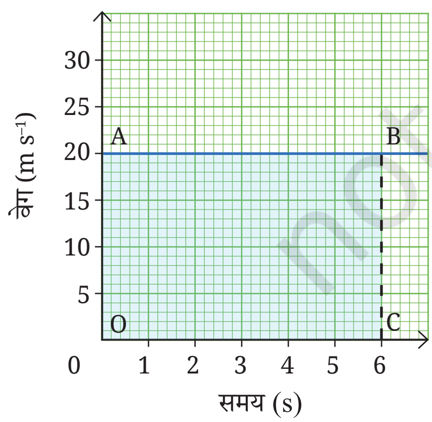
ग्राफ से मान प्रतिस्थापित करने पर हमें समय अंतराल 10 s से 20 s के बीच माध्य त्वरण का मान प्राप्त हो जाता है।

$$a = \frac{10\ m\ s^{-1} - 5\ m\ s^{-1}}{20\ s - 10\ s} = \frac{5\ m\ s^{-1}}{10\ s} = 0.5\ m\ s^{-2}$$

यदि हम उपर्युक्त चरणों का अनुसरण चित्र 4.17 (ङ) में दर्शाए गए ग्राफ के लिए करते हैं जो कि चित्र 4.17 (ग) जैसा ही है, तो माध्य त्वरण $-0.5\ m\ s^{-2}$ प्राप्त होता है। यहाँ ऋणात्मक चिह्न इंगित करता है कि त्वरण की दिशा वेग की दिशा के विपरीत है (क्योंकि वेग घट रहा है)।

क्या वेग-समय ग्राफ से आप किसी अन्य भौतिक राशि का भी परिकलन कर सकते हैं?

ग्राफ-रेखा एवं समय-अक्ष के बीच परिबद्ध क्षेत्रफल



चित्र 4.18 (क) — नियत वेग से गतिमान किसी वस्तु का वेग-समय ग्राफ

चित्र 4.18 में दर्शाए गए ग्राफ वैसे ही हैं जैसे चित्र 4.17 में दर्शाए गए हैं केवल ग्राफ की रेखा और समय-अक्ष के बीच के कुछ भाग को छायांकित कर दिया गया है। क्या छायांकित भाग का क्षेत्रफल किसी भौतिक राशि को निरूपित करता है?

चित्र 4.18 (क) में OA वेग का परिमाण तथा OC समय अंतराल है। इसलिए आयत OABC का क्षेत्रफल = OA×OC = वेग × समय अंतराल (क्योंकि इस प्रकरण में वेग नियत है, इसलिए इसका मान औसत वेग के बराबर होता है।)

समीकरण (4.2 क) का उपयोग करके हम कह सकते हैं—

आयत OABC का क्षेत्रफल = विस्थापन

ग्राफ से मान प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है—

0 s एवं 6 s के बीच विस्थापन = आयत OABC का क्षेत्रफल

$= 20\ m\ s^{-1} \times 6\ s = 120\ m$

© NCERT not to be republished

यह 6 s में कार का मूल बिंदु से विस्थापन है। आप यह जान चुके हैं कि किसी वांछित समय अंतराल में वेग-समय ग्राफ की निरूपक रेखा एवं समय अक्ष के बीच आबद्ध क्षेत्रफल उस समय अंतराल में विस्थापन के बराबर होता है।

चित्र 4.18 (ख) में दिए गए ग्राफ से आप विस्थापन का मान किस प्रकार ज्ञात कर सकते हैं? मान लीजिए कि आप ग्राफ के बिंदुओं A एवं B के संगत 10 s से 20 s के बीच विस्थापन का मान ज्ञात करना चाहते हैं। नियत त्वरण से गतिमान वस्तु का विस्थापन ज्ञात करने के लिए हमें AB एवं समय अक्ष के बीच के क्षेत्रफल का परिकलन करना होगा।

10 s से 20 s के बीच विस्थापन = आकृति ABDE का क्षेत्रफल

= आयत ACDE का क्षेत्रफल + त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$$= (CD \times DE) + \left(\frac{1}{2} \times CA \times BC\right)$$

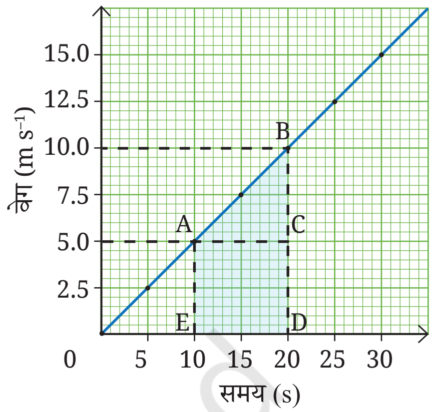
कक्षा 8
गणित प्रकाश
भाग-II
अध्याय 7

मान प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है—

$$\text{विस्थापन} = (5\ m\ s^{-1} \times 10\ s) + \left(\frac{1}{2} \times 10\ s \times 5\ m\ s^{-1}\right)$$

$$= 50\ m + 25\ m = 75\ m$$

यह 10 s से 20 s के बीच कार का विस्थापन है।



चित्र 4.18 (ख) — नियत त्वरण से बदलते वेग वाले गतिमान वस्तु का वेग-समय ग्राफ

हमने सीखा कि नियत त्वरण से गति के वेग-समय ग्राफ से प्रवणता और क्षेत्रफल ज्ञात करके हम क्रमशः त्वरण और विस्थापन के मान ज्ञात कर सकते हैं।

हमने सीखा कि ग्राफों के द्वारा गति का निरूपण कैसे किया जाता है। आइए, अब हम उन समीकरणों के विषय में सीखते हैं जो किसी वस्तु की गति का वर्णन करते हैं।

4.3 सरल रेखा में नियत त्वरण से गति के लिए शुद्धगतिक समीकरण

आइए, अब हम नियत त्वरण से गति के विशिष्ट प्रकरण पर विचार करते हैं और इस प्रकार की गतियों के विश्लेषण हेतु कुछ समीकरण व्युत्पन्न (derive) करने का प्रयास करते हैं। चूँकि त्वरण नियत है इसलिए किसी भी क्षण पर त्वरण का मान किसी भी समय अंतराल में माध्य त्वरण के मान के बराबर होगा।

समीकरण (4.3 ग) द्वारा दी गई माध्य त्वरण की परिभाषा का उपयोग करके हम लिखते हैं—

$$a = \frac{v-u}{t}$$

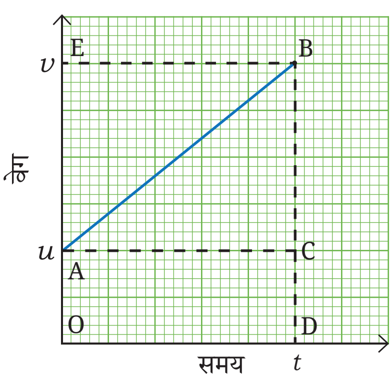
जहाँ 'u' क्षण $t = 0$ पर आरंभिक वेग है, 'v' समय t पर अंतिम वेग है, $t - 0 = t$ वह समय अंतराल है जिसमें वेग परिवर्तन हुआ है तथा a त्वरण है। हम लिख सकते हैं—

$$at = v - u$$

अथवा $$v = u + at \qquad (4.4\ क)$$

यदि हमें आरंभिक वेग (u) एवं त्वरण (a) के मान ज्ञात हों तो इस समीकरण का उपयोग करके हम किसी भी क्षण (t) पर वेग (v) के मान का परिकलन कर सकते हैं।

समीकरण (4.4 क) का वेग-समय ग्राफ चित्र 4.19 में दर्शाया गया है। यह चित्र 4.18 में दर्शाए गए ग्राफ जैसा ही है किंतु अब वस्तु का आरंभिक वेग शून्य नहीं है। आरंभिक वेग 'u' (AO द्वारा निरूपित) है और समय t पर अंतिम वेग 'v' (EO द्वारा निरूपित) है। ग्राफ एक सरल रेखा है जो यह इंगित करती है कि वेग एक नियत त्वरण से परिवर्तित होता है। ग्राफ की प्रवणता त्वरण का मान प्रदान करती है।



चित्र 4.19 — एक ऐसे वस्तु का वेग-समय ग्राफ जिसका आरंभिक वेग शून्य नहीं है।

© NCERT not to be republished

पूर्ववर्ती अनुभाग में हमने सीखा है कि समय अंतराल t में किसी वस्तु का विस्थापन s आकृति OABD द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल से दिया जाता है।

इस प्रकार,

$$s = \text{क्षेत्रफल OABD}$$
$$= \text{आयत OACD का क्षेत्रफल} + \text{त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल}$$
$$= (AO \times DO) + \left(\frac{1}{2} \times CA \times BC\right)$$

AO = u, DO = CA = t, BC = BD – CD = EO – AO = $(v - u)$ प्रतिस्थापित करने पर

$$s = u \times t + \frac{1}{2} \times [t \times (v - u)]$$

समीकरण (4.4 क) से $(v - u)$ का मान प्रतिस्थापित करने पर

$$s = ut + \frac{1}{2} \times t \times at$$

$$s = ut + \frac{1}{2} \times at^2 \quad (4.4 \text{ ख})$$

समीकरण (4.4 क) एवं समीकरण (4.4 ख) प्राथमिक समीकरण हैं। इन्हें विभिन्न प्रकार से संयोजित करके हम अन्य तीन समीकरण प्राप्त कर सकते हैं।

आइए, इनमें से एक को हम समीकरण (4.4 ख) में से t को विलुप्त करके व्युत्पन्न करते हैं (शेष दो समीकरणों की व्युत्पत्ति पाठ के अंत में 'परियोजनाएँ' शीर्षक अनुभाग के अंतर्गत अभ्यास के रूप में दी गई हैं।)

समीकरण (4.4 क) से हमें प्राप्त होता है—

$$t = \frac{v - u}{a}$$

t का यह मान समीकरण (4.4 ख) में प्रतिस्थापित करने पर

$$s = u\left[\frac{v-u}{a}\right] + \frac{1}{2} \times a\left[\frac{v-u}{a}\right]^2$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{uv - u^2}{a} + \frac{u^2 + v^2 - 2uv}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{2uv - 2u^2 + u^2 + v^2 - 2uv}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad s = \frac{-u^2 + v^2}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad 2as = -u^2 + v^2$$

$$\Rightarrow \quad v^2 = u^2 + 2as \quad (4.4 \text{ ग})$$

किसी वस्तु की नियत त्वरण से सरल रेखा में गति के लिए पाँच भौतिक राशियों— विस्थापन (s), समय अंतराल (t), आरंभिक वेग (u), अंतिम वेग (v), तथा त्वरण (a) को समीकरणों के निम्नलिखित समूह द्वारा संबद्ध किया जा सकता है।

$$v = u + at \quad (4.4 \text{ क})$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (4.4 \text{ ख})$$

$$v^2 = u^2 + 2as \quad (4.4 \text{ ग})$$

© NCERT not to be republished

इन्हें **शुद्धगतिक समीकरणों (kinematic equations)** के नाम से जाना जाता है। ये समीकरण इस बात का गणितीय विवरण प्रस्तुत करते हैं कि किसी वस्तु की गति में समय के साथ किस प्रकार परिवर्तन होता है। इन समीकरणों का उपयोग करके किसी भावी क्षण पर वस्तु की स्थिति अथवा वेग का पूर्वानुमान लगाना संभव है।

टिप्पणी

ये शुद्धगतिक समीकरण केवल उस स्थिति में ही वैध होते हैं जब त्वरण नियत होता है। एक ही दिशा में सरल रेखीय गति के लिए शुद्धगतिक समीकरणों का उपयोग करते समय यह स्मरण रहे कि चलित दूरी और विस्थापन का परिमाण बराबर होता है तथा चाल एवं वेग का परिमाण भी बराबर होता है। ऐसी सरल रेखीय गति, जिसमें वस्तु दोनों दिशाओं में गति करती है, u, v, a और s का चिह्न उस राशि विशेष की दिशा के विषय में बताता है।

उदाहरण 4.8 — मान लीजिए किसी राजमार्ग पर गतिमान एक कार में ब्रेक लगाए जाते हैं जिससे इसकी गति में -4 m s^{-2} का त्वरण आ जाता है। रुकने से पूर्व यह कार कितनी दूरी तय करेगी यदि ब्रेक लगाने के क्षण पर इसका वेग रहा हो — (i) 54 km h^{-1} (ii) 108 km h^{-1}

उत्तर —

दिया है — $a = -4 \text{ m s}^{-2}$, $v = 0 \text{ m s}^{-1}$

मान लीजिए कि आरंभिक वेग u एवं चलित दूरी s है —

(i) $u = 54 \text{ km h}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1}$

(ii) $u = 108 \text{ km h}^{-1} = 30 \text{ m s}^{-1}$

समीकरण (4.4 ग) का उपयोग करने पर

$$v^2 = u^2 + 2as$$

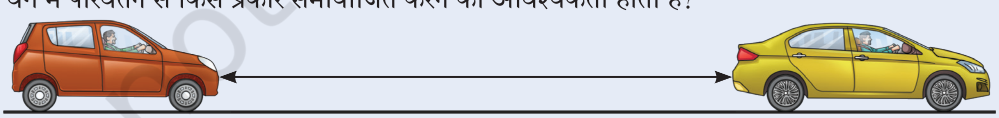
$$(0 \text{ m s}^{-1})^2 = u^2 + 2 \times (-4 \text{ m s}^{-2}) \times s$$

$$0 = u^2 - 8 \times s \quad \Rightarrow \quad s = \frac{u^2}{8}$$

u के मान प्रतिस्थापित करने पर प्राप्त होता है (i) 28.1 m और (ii) 112.5 m

विज्ञान एवं समाज

जब किसी गतिमान वाहन में ब्रेक लगाए जाते हैं तो विरामावस्था में आने से पूर्व यह कुछ दूरी तय करता है। यह चलित दूरी ब्रेक लगाने के समय वाहन के वेग, सड़क की सतह (गीली, सूखी आदि), वाहन की ब्रेक क्षमता (ब्रेक लगाने से उत्पन्न ऋणात्मक त्वरण) तथा वाहन चालक के प्रतिक्रिया काल (reaction time) पर निर्भर करती है। क्या अब आप यह समझ सकते हैं कि आपको अपना वाहन आगे चलने वाले वाहन से एक सुरक्षित दूरी पर क्यों बनाए रखना चाहिए (चित्र 4.20) और इस सुरक्षित दूरी का मान आपके आरंभिक वेग में परिवर्तन से किस प्रकार समायोजित करने की आवश्यकता होती है?



चित्र 4.20 — दो गतिमान वाहनों के बीच सुरक्षित दूरी

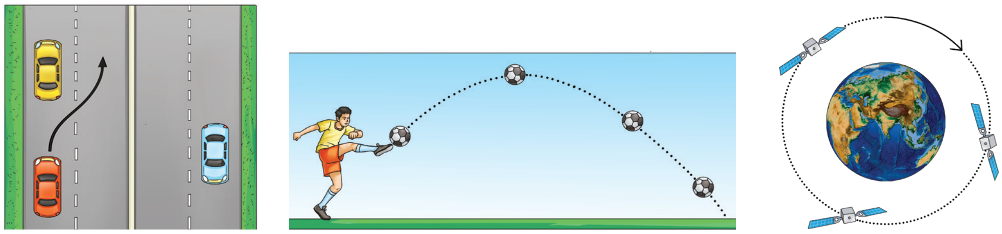
वाहन से वाहन (V2V) संप्रेषण प्रौद्योगिकी को वर्तमान में भारत सहित अनेक देशों में विकसित किया जा रहा है। यह वाहनों को आपस में संकेतों का आदान-प्रदान करने की सुविधा प्रदान करती है तथा संभावित टक्करों के विषय में चालकों को चेतावनी देती है।

इस अध्याय में अभी तक हम सरल रेखा में गति पर चर्चा कर रहे थे जिसे एकविमीय गति भी कहा जाता है। आइए, अब हम समतल में गति का अन्वेषण करते हैं।

© NCERT not to be republished

4.4 समतल में गति

समतल में होने वाली गति जैसे एक वाहन को पार करके दूसरे वाहन का उससे आगे बढ़ जाना, ठोकर मार कर हवा में उछाली गई किसी गेंद का पथ अथवा किसी उपग्रह का वृत्ताकार पथ में गति करना, द्विविमीय गति कहलाती हैं (चित्र 4.21)।



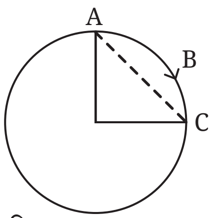
चित्र 4.21 — समतल में गति

4.4.1 एकसमान वृत्तीय गति

कक्षा 6 जिज्ञासा अध्याय 5

वृत्तीय गति के संबंध में आपने अपनी पूर्ववर्ती कक्षा में जो सीखा था क्या वह आपको स्मरण है? जब कोई वस्तु किसी वृत्ताकार पथ पर चलता है तो इसकी गति वृत्तीय गति कहलाती है।

मान लीजिए कि कोई बच्चा किसी गतिमान चक्रीय झूले (चरखी) पर सवार है। यह बच्चा एक वृत्तीय पथ पर गतिमान है और चित्र 4.22 में दर्शाए अनुसार A से B होते हुए C पर जाता है। इस बच्चे द्वारा चलित दूरी कितनी है? मूल स्थिति से उसका विस्थापन कितना है? बच्चे द्वारा चलित दूरी वक्र ABC की लंबाई है तथा विस्थापन सरल रेखा AC है। आप देख सकते हैं कि ये दोनों बराबर नहीं हैं।



चित्र 4.22 — वृत्ताकार गति करते हुए चक्रीय झूले (चरखी) का ऊपरी दृश्य

एक परिक्रमा (वृत्त का एक चक्कर) पूर्ण करने में बच्चे द्वारा चलित दूरी कितनी है? यह वृत्त की परिधि के बराबर है। अत: यदि वृत्ताकार पथ की त्रिज्या R है तो एक परिक्रमा पूर्ण करने में उसके द्वारा चलित दूरी 2πR है। दूसरी ओर उसका विस्थापन शून्य है क्योंकि एक परिक्रमा पूर्ण करके यह बच्चा अपनी मूल स्थिति पर लौट आता है।

यदि कोई वस्तु एक परिक्रमा पूरी करने में T समय लेती है तो (समीकरण 4.1 का उपयोग करके) इसकी माध्य चाल होगी

$$v_{av} = \frac{2\pi R}{T} \qquad (4.5)$$

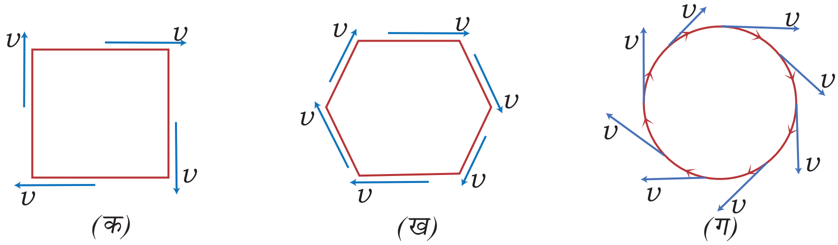
जबकि समय अंतराल T में उसका माध्य वेग शून्य होगा क्योंकि उसका विस्थापन शून्य है।

आइए, अब हम वृत्तीय गति के एक विशिष्ट प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें वस्तु की चाल अचर रहती है। जब कोई वस्तु किसी वृत्ताकार पथ पर अचर (एकसमान) चाल से चलता है तो इसकी गति **एकसमान वृत्तीय गति** कहलाती है।

टिप्पणी

हमने एक परिक्रमण के लिए चाल का परिकलन किया है (समीकरण 4.5) किंतु एक समान वृत्तीय गति के लिए चाल अचर है इसलिए वृत्त के प्रत्येक बिंदु पर इसका मान समान है।

एकसमान वृत्तीय गति में चाल तो अचर रहती है किंतु किसी क्षण पर वेग की दिशा के विषय में आपका क्या विचार है? क्या यह परिवर्तित हो रही है?



चित्र 4.23 — किसी (क) आयताकार, (ख) षट्भुजाकार, (ग) वृत्ताकार दौड़-पथ पर दौड़ता हुआ कोई धावक

© NCERT not to be republished

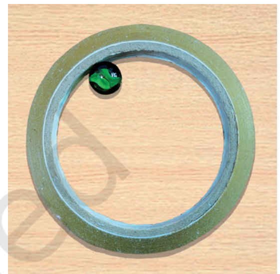
कल्पना कीजिए कि एक धावक किसी संवृत पथ (closed path) पर दौड़ रहा है। चित्र 4.23 (क) में यह धावक एक आयताकार दौड़-पथ (ABCD) का अनुसरण करता है और इसके प्रत्येक सरल रेखीय खंड (AB, BC, CD एवं DA) पर एकसमान चाल से दौड़ता है। एक परिक्रमा पूरी करने में वह चार बार दिशा में परिवर्तन करता है। चित्र 4.23 (ख) में धावक षट्भुजाकार (hexagonal) पथ पर दौड़ता है। ऐसी स्थिति में वह एक चक्कर पूरा करने में छह बार दिशा परिवर्तित करता है। यदि हम पथ में भुजाओं की संख्या को अनिश्चित रूप से बढ़ाते जाएँ तो क्या होगा? जैसे-जैसे भुजाओं की संख्या बढ़ती है धावक द्वारा मुड़ने की आवृत्ति भी बढ़ती जाएगी। अंततः दौड़-पथ वृत्ताकार होने लगता है जिसमें प्रत्येक भुजा एक बिंदु हो जाता है और धावक के वेग की दिशा लगातार परिवर्तित होती रहती है।

टिप्पणी

एकसमान वृत्तीय गति में वृत्त के प्रत्येक बिंदु पर चाल नियत है केवल वेग की दिशा परिवर्तित हो रही है।

क्रियाकलाप 4.5 — आइए, जाँच करें

1. एक छल्ला, जैसे कि आसंजक टेप का खाली रोल, तथा एक कंचा लीजिए।
2. छल्ले को एक चिकनी सतह पर लिटाकर रखिए और कंचे को छल्ले के भीतर इस प्रकार प्रक्षेपित कीजिए कि यह इसकी आंतरिक परिसीमा के अनुदिश घूमने लगे (चित्र 4.24)।
3. **पूर्वानुमान** कीजिए कि जब कंचा गति की अवस्था में हो और हम छल्ले को उपर उठा लें, तो क्या होगा?
4. अब कंचे द्वारा एक या दो चक्कर पूरे कर लेने के पश्चात बिना इसकी गति को बाधित किए, छल्ले को ऊपर उठा लीजिए। आप क्या अवलोकन करते हैं? क्या कंचा अपनी वृत्ताकार गति बनाए रखता है? या यह किसी अन्य ढंग से गति करने लगता है?
5. परिणाम की पुष्टि के लिए इस क्रियाकलाप को अनेक बार दोहराइए।



चित्र 4.24 — छल्ले के भीतर गतिमान कंचा

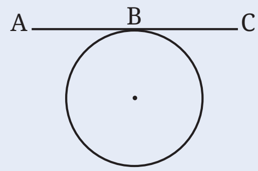
जब छल्ले को उठाकर कंचे को मुक्त किया जाता है तो यह सरल रेखा में चलता है। ऐसा क्यों होता है? ऐसा इसलिए होता है क्योंकि जैसे ही कंचे को मुक्त किया जाता है यह अपनी गति उसी दिशा में बनाए रखता है जिसमें यह छल्ले को हटाने के समय चल रहा था। इसका कारण आप आगे के अध्याय में जानेंगे।

टिप्पणी

दैनिक व्यवहार में कोई वाहन त्वरणशील है, यह हम तभी कहते हैं जब इसके वेग का परिमाण परिवर्तित हो रहा हो किंतु प्रायः हम यह स्वीकार नहीं कर पाते हैं कि जब केवल वेग की दिशा में परिवर्तन हो रहा हो तब भी त्वरण होता है।

आइए, और चिंतन करें

वृत्त के किसी बिंदु पर वेग उस बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा (tangent) के अनुदिश गति की दिशा में होता है। एक ऐसी रेखा जो वृत्त से एक और केवल एक बिंदु पर मिलती है, वृत्त के उस बिंदु पर स्पर्श रेखा कहलाती है (चित्र 4.25)। इसके विषय में अधिक विस्तार से आप गणित में सीखेंगे।



चित्र 4.25 — किसी वृत्त के बिंदु B पर स्पर्श रेखा

आप जानते हैं कि यदि किसी वस्तु का वेग परिवर्तित हो रहा हो तो इसका त्वरण शून्य नहीं होता। वेग तभी परिवर्तित होता है जब इसका परिमाण या दिशा या दोनों परिवर्तित होते हैं। एक समान वृत्तीय गति में वस्तु की गति त्वरित गति होती है क्योंकि इसके वेग की दिशा में सतत परिवर्तन होता है।

व्यावहारिक जगत में एकसमान वृत्तीय गति के प्रतिबंध, जैसे— अचर चाल एवं वृत्ताकार पथ प्रायः अनुभव में नहीं आते हैं। अतः एकसमान वृत्तीय गति वास्तविक जगत की स्थितियों का एक आदर्श प्रतिरूपण है।

आइए, और चिंतन करें

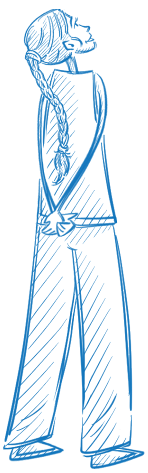
अंतरिक्ष या आकाश में गति, जैसे कि किसी कार का पर्वतीय मार्ग पर ऊपर की ओर चढ़ना (चित्र 4.26), आकाश में उड़ता हुआ कोई पक्षी, वायु में गतिमान कोई वायुयान, ये गतियाँ त्रिविमीय गतियाँ कहलाती हैं। इनके संबंध में आप उच्चतर कक्षाओं में सीखेंगे। एक सोपान ऊपर

चित्र 4.26 — पर्वतीय मार्ग

© NCERT not to be republished

तथापि यह एक उपयोगी प्रतिरूपण है क्योंकि यह वास्तविक जगत की अधिक जटिल स्थितियों जैसे कि सूर्य के चारों ओर घूमते ग्रहों की गति अथवा किसी वाहन का वृत्तीय मोड़ पर मुड़ना आदि के लिए आधार प्रदान करता है।

सारांश



- समय के किसी क्षण पर किसी संदर्भ बिंदु के सापेक्ष किसी वस्तु की दूरी एवं दिशा समय के उस क्षण पर उस वस्तु की स्थिति बताते हैं।
- यदि समय के साथ किसी संदर्भ बिंदु के सापेक्ष वस्तु की स्थिति परिवर्तित होती है तो वह वस्तु गति की अवस्था में कही जाती है।
- समय के दो दिए गए क्षणों के बीच वस्तु की स्थिति में होने वाला कुल परिवर्तन इसका विस्थापन होता है।
- किसी वस्तु की माध्य चाल उस वस्तु द्वारा चलित कुल दूरी को यह दूरी चलने में लगे समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त होती है।
- किसी समय अंतराल में किसी वस्तु का माध्य वेग स्थिति में परिवर्तन (जिसे विस्थापन भी कहते हैं) को स्थिति परिवर्तन में लगे समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।
- किसी समय अंतराल में किसी वस्तु का माध्य-त्वरण उसके वेग में परिवर्तन को समय अंतराल से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।
- नियत त्वरण से सरल रेखा में किसी वस्तु की गति के लिए पाँच भौतिक राशियों— विस्थापन (s), समय अंतराल (t), आरंभिक वेग (u), अंतिम वेग (v), तथा त्वरण (a) को शुद्धगतिक समीकरणों के नीचे दिए गए समूह द्वारा संबद्ध किया जा सकता है—

$$v = u + at \qquad s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = u^2 + 2as$$

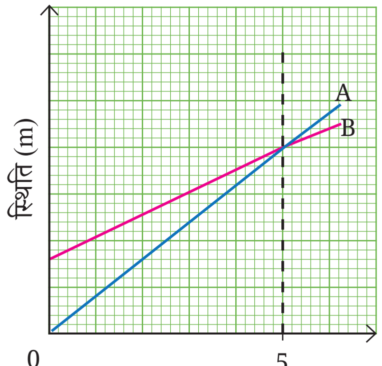
- जब कोई वस्तु किसी नियत (एकसमान) चाल से वृत्ताकार पथ पर गति करती है तो इसकी गति को एकसमान वृत्तीय गति कहा जाता है।

© NCERT not to be republished

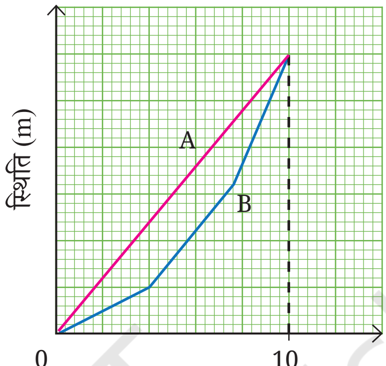
अभ्यास प्रश्न

1. मेरे पिताजी एक सीधी सड़क पर चल कर एक दुकान पर गए जिसकी घर से दूरी 250 m है। वहाँ पहुँच कर उन्होंने पाया कि वह कपड़े का थैला लाना भूल गए हैं। वह घर वापस लौटे, थैला लेकर दुकान पर आए, सामान खरीदा और लौट कर घर आ गए। बताइए कि उन्होंने कुल कितनी दूरी तय की? उनके घर से विस्थापन का मान कितना हुआ?
2. कोई विद्यार्थी एक पुस्तक लेने के लिए विद्यालय भवन के भूतल से चतुर्थ तल तक दौड़ते हुए जाता है और फिर उतर कर द्वितीय तल स्थित अपने कक्षा-कक्ष में लौटता है। यदि प्रत्येक तल की ऊँचाई 3 m है तो ज्ञात कीजिए—
   (i) उसके द्वारा चलित ऊर्ध्वाधर दूरी, तथा
   (ii) आरंभिक बिंदु से उसके ऊर्ध्वाधर विस्थापन का परिमाण
3. एक लड़की अपना स्कूटर चला रही है और पाती है कि इसके गतिमापी यंत्र का पाठ्यांक स्थिर है। क्या यह संभव है कि उसका स्कूटर त्वरणशील हो? और यदि ऐसा है तो कैसे?

4. एक कार विरामावस्था से चलना आरंभ करती है और 6 s में इसका वेग 24 m s^{-1} हो जाता है। इन 6 s में इसका त्वरण और इसके द्वारा चलित दूरी ज्ञात कीजिए।
5. आरंभिक वेग 28 m s^{-1} एवं नियत त्वरण से गतिमान कोई मोटर साइकिल 98 m चल कर रुक जाती है। मोटर साइकिल का त्वरण तथा इसे विरामावस्था में आने में लगे समय का मान ज्ञात कीजिए।
6. चित्र 4.27 दो ऐसी वस्तुओं A एवं B का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाता है जो समांतर सरल रेखीय पथों पर एक ही दिशा में गतिमान हैं। क्या वस्तुओं A एवं B का वेग कभी बराबर होगा? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क दीजिए।



चित्र 4.27



चित्र 4.28

7. चित्र 4.28 में दिया गया ग्राफ सरल रेखा में गतिमान दो वस्तुओं Aएवं B के लिए 0 – 10 सेकंड के बीच उनकी स्थितियों में समय के साथ होने वाले परिवर्तन को दर्शाता है। सही विकल्प या विकल्पों का चयन कीजिए—
   (i) 10 s समय अंतराल में दोनों का माध्य वेग बराबर है क्योंकि उनकी आरंभिक और अंतिम स्थितियाँ समान हैं।
   (ii) 10 s समय अंतराल में दोनों की माध्य-चाल बराबर है क्योंकि ये दोनों समान समय में समान दूरियाँ चलते हैं।
   (iii) 10 s समय अंतराल में A की माध्य-चाल B की माध्य-चाल से कम है क्योंकि 10 s में इसके द्वारा चलित दूरी B द्वारा चलित दूरी से कम है।
   (iv) 10 s समय अंतराल में A की माध्य-चाल B की माध्य-चाल से अधिक है, क्योंकि कुछ काल-खंडों में B की चाल A की चाल से कम है।
8. 54 km h^{-1} की चाल से ट्रक चलता हुआ एक ट्रक चालक सड़क के किनारे लगा एक यातायात निर्देश-पट (चित्र 4.29) देखता है जिसमें ट्रकों के लिए गतिसीमा 40 km h^{-1} सूचित की गई है। वह 36 s में अपनी चाल घटाकर 36 km h^{-1} पर ले आता है। इस समयावधि में उसके द्वारा चलित दूरी कितनी थी? यह मान लीजिए कि चाल घटाने की अवधि में उसका त्वरण अचर था।

चित्र 4.29

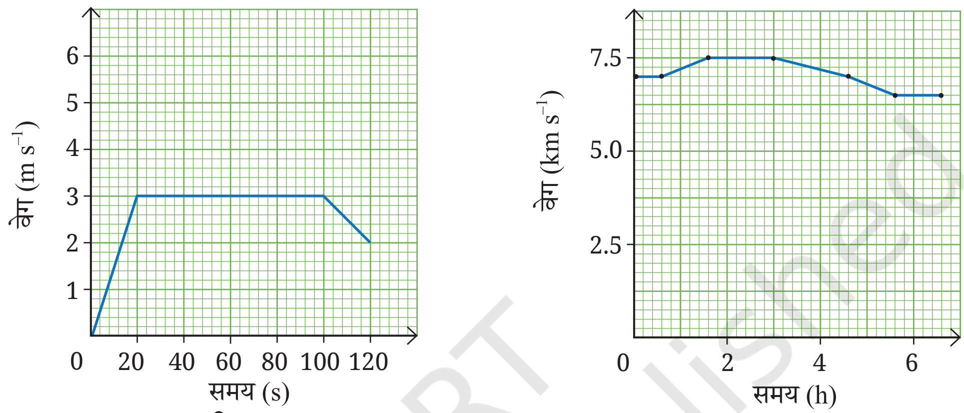
9. एक कार विरामावस्था से गति आरंभ करती है और एकसमान त्वरण से 5 s में 20 m s^{-1} का वेग प्राप्त कर लेती है। इसके पश्चात 10 s तक यह 20 m s^{-1} के वेग से चलती है और अंततः ब्रेक लगा कर (एकसमान त्वरण से) 6 सेकंड में रुक जाती है। इसके द्वारा चलित कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
10. एक बस 36 km h^{-1} के वेग से गतिमान है तभी चालक को 30 m आगे एक अवरोध दिखाई पड़ता है। ब्रेक लगाने की प्रतिक्रिया में उसे 0.5 s का समय लगता है। ब्रेक लगाने के पश्चात बस का वेग 2.5 m s^{-2} के नियत त्वरण से कम होता है। क्या यह बस अवरोध तक पहुँचने से पहले रुकेगी?

© NCERT not to be republished

11. किसी विद्यार्थी ने कहा, "पृथ्वी सूर्य के चारों ओर गति करती है।" इस संदर्भ में चर्चा कीजिए कि क्या पृथ्वी पर रखी किसी वस्तु को विरामावस्था में माना जा सकता है।

12. किसी साइकिल चालक के लिए 0 s से 120 s के बीच वेग-समय ग्राफ चित्र 4.30 में दर्शाया गया है। उन क्षेत्रफलों को छायांकित (अलग-अलग रंगों में) कीजिए जो इसका विस्थापन निरूपित करते हैं, जब—
   (i) साइकिल चालक नियत वेग से चल रहा है।
   (ii) साइकिल चालक का वेग कम हो रहा है।

   0 –120 s समय अंतराल में विस्थापन एवं माध्य त्वरण का परिकलन भी कीजिए।



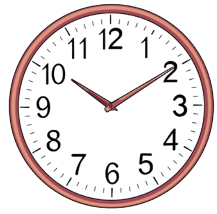
चित्र 4.30 *चित्र 4.31*

13. एक लड़की किसी सीधी सड़क पर दौड़ कर अपनी पहली मैराथन दौड़ प्रतियोगिता की तैयारी कर रही है। विभिन्न समयावधियों में अपनी धावन-चाल के परिकलन के लिए वह एक स्मार्टवॉच का उपयोग करती है। चित्र 4.31 में दर्शाया गया वेग-समय ग्राफ विभिन्न क्षणों पर उसके वेग के मान को चित्रित करता है। ग्राफ के आधार पर उसके द्वारा दौड़ी गई दूरी का आकलन कीजिए।

14. किसी राज्य-राजमार्ग पर प्रवेश करने के पश्चात एक कार 2 मिनट तक 6 m s^{-1} के नियत वेग से चलती है और फिर 6 सेकंड तक 1 m s^{-2} के नियत त्वरण से त्वरित होती है। इस कार की गति के लिए वेग-समय ग्राफ बना कर 2 मिनट 6 सेकंड की अवधि में राज्य के राजमार्ग पर कार का विस्थापन ज्ञात कीजिए।

15. दो कारें A एवं B सरल रेखा में नियत त्वरण से विरामावस्था से गति आरंभ करती हैं। कार A 5 s में 5 m s^{-1} वेग प्राप्त करती है। जबकि कार B, 10 s में 3 m s^{-1} वेग प्राप्त करती है। एक ही ग्राफपेपर पर दोनों कारों के वेग-समय ग्राफ आलेखित कीजिए। इस ग्राफ का उपयोग करके दी गई दोनों समयावधियों में विस्थापन के मान परिकलित कीजिए। (संकेत— दोनों प्रकरणों मे त्वरण परिकलित कीजिए। इसके पश्चात ग्राफ आलेखित करने के लिए समय के पाँच क्षणों पर वेगों का परिकलन कीजिए।)

16. रोहन घर पर शाम के 6 बजे से 7:30 बजे तक विज्ञान का अध्ययन करता है। उसकी दीवार घड़ी (चित्र 4.32) की मिनट की सुई की लंबाई 7 cm है। परिकलन कीजिए, दी गई समयावधि में इस सुई के सिरे—
   (i) द्वारा चलित दूरी
   (ii) का विस्थापन
   (iii) की चाल तथा
   (iv) का वेग

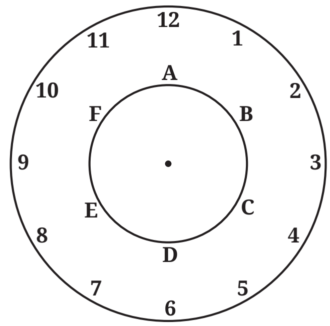


चित्र 4.32

© NCERT not to be republished

परियोजना कार्य

- गत्ते की एक चकती (त्रिज्या ~ 8 cm) लीजिए (चित्र 4.33)। इसके बाहरी भाग पर (केंद्र से 7 cm की दूरी पर) एक ही आमाप की 1 से 12 तक की संख्याएँ तथा आंतरिक भाग पर (केंद्र से 4 cm की दूरी पर) अक्षर 'A, B, C, D, E, F' लिखिए। चकती को पहले धीरे-धीरे और फिर तीव्र गति से घुमाइए। अवलोकन कीजिए कि संख्याएँ और अक्षर कैसे दिखाई देते हैं। संख्याएँ क्यों धुँधली अथवा अदृश्य हो जाती हैं जबकि अक्षर दिखाई देते रहते हैं? क्या संख्याओं और अक्षरों की चाल समान है या भिन्न-भिन्न? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क दीजिए।



चित्र 4.33

- अनेक स्मार्टफोन के भीतर एक अंतर्निमित त्वरणमापी होता है जो अत्यंत सूक्ष्म त्वरण की उपस्थिति भी संसूचित कर सकता है। Phyphox (Phyphox.org) जैसा कोई ऐप इंस्टॉल कीजिए और इसमें 'Accelerometer' (g विहीन) खोलिए। पाठ्यांक तब नोट कीजिए जब फोन (i) आपकी फैली हुई हथेली पर रखा हो (ii) फर्श पर रखा हो। आप पाठ्यांकों में क्या अंतर पाते हैं? व्यावहारिक स्थितियों में आपको इससे गति एवं त्वरण के विषय में क्या पता चलता है? (इस प्रकार की सूक्ष्म, अनैच्छिक गतियों का अध्ययन आयुर्विज्ञान अनुसंधान में भी किया जाता है, उदाहरणार्थ— अंग संचालन संबंधी विकारों में) यह संस्तुत किया जाता है कि यह क्रियाकलाप शिक्षक की सहायता से सामूहिक कक्षा-कक्ष गतिविधि के रूप में किया जाए।
- नियत त्वरण से सरल रेखा में गति के लिए हमने दो प्राथमिक समीकरणों समीकरण — (4.4 क) एवं (4.4 ख) व्युत्पन्न किए थे। इन दो समीकरणों का उपयोग करके हम तीन अतिरिक्त समीकरणों को व्युत्पन्न कर सकते हैं जिनमें से एक समीकरण (4.4 ग) हमने पहले व्युत्पन्न किया है। नीचे दिए गए शेष दो समीकरणों को व्युत्पन्न कीजिए

$$s = vt - \frac{1}{2}at^2 \qquad s = \frac{1}{2}(u+v)\,t$$

कक्षा 8
गणित प्रकाश
भाग-II
अध्याय 7

गणित में आपने समलंब चतुर्भुज के क्षेत्रफल को परिकलित करने का सूत्र सीखा है। उस सूत्र का उपयोग करके ऊपर दिया गया दूसरा सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।

- अलग-अलग ग्राफ पत्रों पर X एवं Y अक्षों के लिए अलग-अलग मापक्रम लेकर तालिका 4.4 में दिए गए आँकड़ों के लिए ग्राफ आलेखित कीजिए। दोनों ग्राफ की तुलना करके ज्ञात कीजिए कि मापक्रम बदलने से ग्राफ की आकृति किस प्रकार परिवर्तित होती है और यह सुनिश्चित कीजिए कि कौन-सा मापक्रम सबसे अच्छा है और क्यों? अब किसी ग्राफ आलेखनकारी ऐप की सहायता से इस प्रयोग को दोहराइए। इस प्रकार के ऐप सामान्यत: पर्दे पर आँकड़ों के उचित अनुरूपण के लिए अक्षों का समंजन स्वयं कर लेते हैं।
- किसी वाहन मिस्त्री से बात करके समझिए कि ब्रेक लगाने के पश्चात वाहन जितनी दूर जाकर रुकता है, वह दूरी (i) सड़क के गीले होने से (ii) घिसे हुए टायरों के कारण (iii) वाहन का द्रव्यमान अधिक होने से (iv) रात में गाड़ी चलाने से (v) कुहरे से (vi) खराब मौसम (वर्षा, बर्फ, तूफान) से तथा (vii) चालक के प्रतिक्रिया काल से किस प्रकार प्रभावित होती है। इस जानकारी का उपयोग करके अपने विद्यालय के लिए एक सुरक्षा पोस्टर अभिकल्पित कीजिए तथा विद्यालय की सभा में प्रस्तुत करने के लिए एक छोटी-सी लघुनाटिका तैयार कीजिए।

© NCERT not to be republished